

## MODELAGEM ESPACIAL DINÂMICA APLICADA AO CRESCIMENTO DE PLANTAS AQUÁTICAS

LIGIA FLÁVIA ANTUNES BATISTA<sup>1</sup>  
NILTON NOBUHIRO IMAI<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR  
Campus Cornélio Procópio, Cornélio Procópio - PR  
ligia@utfpr.edu.br

<sup>2</sup>Universidade Estadual Paulista - Unesp  
Faculdade de Ciências e Tecnologia - FCT  
Departamento de Cartografia, Presidente Prudente - SP  
nnimai@fct.unesp.br

**ABSTRACT** - A study of theoretical aspects related to the subject of spatial dynamic modeling and its classifications are presented. The main focus is to discuss questions about spatial dynamic modeling with the aim of proposing a specific model of growth aquatic plants applied to reservoirs. The concept of modeling is described, with details of one of the most intuitive representation forms, the diagrams. As a conceptual example, a model of phosphorus is analyzed. Cellular automata are cited as one effective representation structure to dynamic spatial phenomena. The problem of aquatic plants growth is addressed, and two models of dynamic modeling are analyzed.

### 1 INTRODUÇÃO

Modelos dinâmicos são de grande importância para o entendimento de processos espaço-temporais, uma vez que possibilitam a representação, compreensão e análise de fenômenos naturais complexos. A partir desses modelos, pode-se, ainda, realizar simulações para auxiliar em processos de tomada de decisão.

Sabe-se, entretanto, que muitas técnicas de modelagem dinâmica não mencionam a dimensão espacial. As ferramentas de SIG (Sistemas de Informação Geográfica), em geral não incluem a possibilidade de tratamento temporal e tampouco funcionalidades de simulação, havendo, portanto, uma lacuna entre a modelagem espaço-temporal e tais sistemas (YASSEMI; DRAGICEVIC; SCHMIDT, 2008).

Deve-se mencionar, ainda, que até pouco tempo havia limitações tecnológicas para se trabalhar com modelagem dinâmica, haja vista a necessidade de *hardware* com grande capacidade de processamento para poder realizar as simulações em escalas espaciais e temporais relativamente grandes.

O problema que se deseja tratar decorre da ação antrópica, geradora de efluentes que são introduzidos nos corpos d'água, causando eutrofização (excesso de nutrientes), seguido por crescimento exagerado de plantas, algas, entre outros. Devido a isso, as turbinas e comportas de usinas hidrelétricas podem ser obstruídas por vegetação, prejudicando a geração de energia, fato esse que exige intervenção e controle (CORREA, 2005).

Tal manejo pode ser subsidiado por ferramentas de simulação que fazem previsões de cenários futuros.

Dessa forma, o presente trabalho tem como objetivo discutir questões referentes a modelagem espacial dinâmica, enfatizando as características espaço-temporais. Procura-se, ainda, analisar algumas aplicações que abordem assuntos referentes a ecologia de plantas, a fim de propor futuramente um modelo para um reservatório de usina hidrelétrica.

A seção 2 trata de modelagem dinâmica. A seção 3 discute aplicações relacionadas. A seção 4 relata os resultados esperados e na seção 5 apresenta-se as considerações finais.

### 2 FUNDAMENTOS DE MODELAGEM DINÂMICA

Modelo espacial dinâmico pode ser definido como uma representação matemática de um processo do mundo real no qual o estado de uma certa localização na superfície da Terra muda em resposta a variações das forçantes e do tempo. Deve incluir procedimentos para discretização de espaço e tempo e para a computação de novos atributos em resposta às forçantes (BURROUGH, 1998).

Para classificar os modelos existentes, pode-se tomar como base suas formas ou abordagem matemática (HAEFNER, 2005). Em relação às formas, citam-se quatro categorias:

- a) Conceitual ou verbal: possui descrição de sua dinâmica em linguagem natural;

- b) Diagramático: é composto por representações gráficas dos objetos e relações;
- c) Físico: possui um modelo físico real de um sistema ou objeto, normalmente em dimensões diferentes (miniaturas quando o sistema real tem grandes proporções ou ampliações quando o tamanho do objeto real é infinitesimal);
- d) Formal: descrito por um conjunto de equações matemáticas (geralmente equações algébricas ou diferenciais).

Quanto à abordagem matemática adotada, (HAEFNER, 2005) propõe as possibilidades apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Classificação matemática de modelos.

Representação	Sim	Não
Processo	Orientados a processo, como modelos físicos	Descritivos
Estados futuros	Dinâmicos	Estáticos
Tempo contínuo	Contínuos, tempo pode assumir qualquer valor	Discretos, tempo é valor inteiro
Espaço	Espacialmente heterogêneos (georreferenciados)	Espacialmente homogêneos
Eventos aleatórios	Estocásticos	Determinísticos

As seções seguintes tratam de duas etapas importantes no processo de modelagem: a representação inicial do objeto de estudo e o tratamento da dimensão temporal. A seção 2.1 apresenta as representações diagramáticas, produto inicial do processo de modelagem dinâmica. A seção 2.2 trata da abordagem da questão espacial com autômatos celulares.

### 2.1 Representações diagramáticas

As representações gráficas de modelos permitem a descrição conceitual de um fenômeno, caracterizando-o qualitativamente, sem detalhar as formulações matemáticas. Com isto, obtém-se diagramas que enfatizam principalmente os elementos participantes do processo em estudo e as relações entre eles.

Após a criação de um diagrama, pode-se obter com menor dificuldade sua descrição quantitativa, dada pelo formalismo das equações matemáticas, por meio de traduções bem definidas (HAEFNER, 2005).

Um dos paradigmas mais utilizados por ecologistas é o de diagramas de sistemas, os quais são descritos com equações diferenciais. Entre as principais abordagens, cita-se a de Forrester (HAEFNER, 2005) e a de Odum (RIVERA, 2003).

Rivera (2003) propôs um modelo sistêmico, descrito com base nos diagramas de Odum, com o propósito de compreender o processo de eutrofização no reservatório do Lobo, localizado entre os municípios de Brotas e Itirapina.

O diagrama da Figura 1 é parte deste modelo, determina o comportamento do fósforo, nutriente importante para o crescimento de plantas aquáticas. Possui duas variáveis de estado, que são fósforo na coluna d'água e fósforo no sedimento. A única fonte (forçante) representada é fósforo alóctone, que deriva da vazão de água que entra no sistema e carrega fósforo. Os fluxos de energia são indicados na Figura por JP, j2, j3, j4, j5, j6 e j7, a saber:

- a) JP representa a carga de entrada de fósforo alóctone, que é variável forçante do sistema;
- b) J2 representa o fósforo que saiu do reservatório;
- c) J3 relacionado à sedimentação de fósforo inorgânico;
- d) J4 relacionado à sedimentação de fósforo orgânico;
- e) J5 é a reciclagem de fósforo para a coluna d'água;
- f) J6 representa o fósforo depositado no fundo do reservatório;
- g) J7 é o fósforo que saiu do reservatório para pesca.

Os demais elementos, representados com linhas tracejadas, indicam, segundo Rivera (2003), as funções que são de influência constante na simulação: vento, água, sol; os estoques de nutrientes em suspensão e no sedimento; biomassa dos consumidores, pH, O<sub>2</sub>, íons e turbulência.

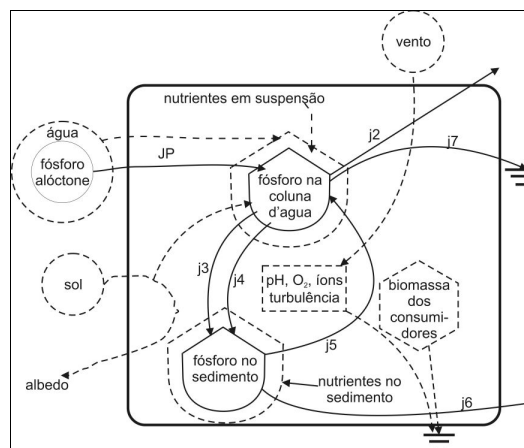


Figura 1 – Diagrama de sistemas para o modelo do fósforo. Adaptado de Rivera (2003).

### 2.2 Estrutura espacial

Uma abordagem muito utilizada em modelos espaciais dinâmicos são os autômatos celulares. Sua concepção origina-se de modelos de espaços celulares, a qual consiste de uma estrutura bidimensional de polígonos regulares, chamados células, associados a um estado. Este estado é determinado a partir de células vizinhas, de acordo com algumas regras (COUCLELIS, 1985).

Batty (2000) argumenta que a essência de modelagem com autômatos celulares reside no fato de que mudanças espaço-temporais são sempre geradas localmente, por células adjacentes a outras. A partir disto, tem-se a idéia de que autômatos celulares simulam

processos em que ações locais geram uma ordem global, a qual emerge como uma consequência da aplicação de regras locais, denotado por interação micro-macro.

Formalmente, autômatos celulares compõem-se do próprio espaço celular, um conjunto de regras baseadas em uma definição de vizinhança e regras de transição (COUCLELIS, 1985).

Ressalta-se que a vizinhança está associada à influência geográfica do modelo dinâmico (TOBLER, 1979), apoiada no conceito de estacionariedade, a qual supõe o comportamento da estrutura de correlação espacial na região de estudo. Com isso, as regras de transição podem ser aplicadas a vizinhanças isotrópicas ou anisotrópicas.

### 3. APLICAÇÕES

A seção 3.1 apresenta um modelo matemático para crescimento de macrófitas e a seção 3.2 descreve brevemente um trabalho para avaliação de efeitos ecológicos.

#### 3.1 Modelo de crescimento de plantas

Giusti e Marsili-Libelli (2006), apontam que, para modelar um ecossistema aquático no espaço-tempo, deve-se fazer a integração entre a hidrologia do sistema e a dinâmica dos componentes químicos e bióticos. Além disto, afirmam a importância dos macronutrientes, principalmente nitrogênio e fósforo, como compostos limitantes ao crescimento de plantas aquáticas.

Para modelar o crescimento de plantas no lago Orbetello, Itália, representou-se com autômatos celulares: a dinâmica do crescimento da macrófita *Ruppia maritima* e de macroalgas; o ciclo biogeoquímico dos nutrientes fósforo e nitrogênio e a hidrodinâmica, que influencia na dispersão das sementes (GIUSTI; MARSILI-LIBELLI, 2006). No presente trabalho apenas o modelo do crescimento da macrófita será detalhado.

As plantas dependem de fatores como luz, nutrientes, temperatura da água, fotoperíodo, cota interna de nutrientes e limitação espacial. As equações 1 a 8 descrevem a modelagem do crescimento da macrófita *Ruppia*, proposta por Giusti e Marsili-Libelli (2006). A taxa de variação de crescimento no tempo é dada pela diferença entre crescimento ( $\rho$ ) e decaimento ( $\Omega R$ ), representada na equação 1, da dinâmica de biomassa. A taxa de crescimento  $\rho$ , definida na Equação 2, por sua vez, depende de:

- constante de crescimento máximo ( $\rho_{\max}$ );
- fotoperíodo ( $g(d)$ ), definido na equação 4;
- dependência de temperatura ( $f_R(t)$ ), conforme equação 5;
- dependência de densidade ( $f_R(R)$ ), dada pela equação 6;
- dependência de fósforo ( $f_R(P_{\text{int}}^R)$ ), definida pela equação 7
- dependência de nitrogênio ( $f_R(N_{\text{int}}^R)$ ), conforme equação 8.

$$\frac{dR}{dt} = (\rho - \Omega_R)R \quad (1)$$

$$\rho = \rho_{\max} \cdot g(d) \cdot f_R(t) \cdot f_R(R) \cdot f_R(N_{\text{int}}^R) \cdot f_R(P_{\text{int}}^R) \quad (2)$$

$$\Omega_R = SR \times (0.098 + e^{-6.59+0.2217 \cdot T}) \quad (3)$$

$$g(d) = 1 - \frac{1}{1 + b \cdot e^{a(d-f_0)}} \quad (4)$$

$$f_R(t) = \frac{1}{1 + ((T - T_0) / c)^2)^d} \quad (5)$$

$$f_R(R) = 1 - e^{-(R - R_{\max}) / (SL)} \quad (6)$$

$$f_R(P_{\text{int}}^R) = \frac{QP_{\max}^R - P_{\text{int}}^R}{QP_{\max}^R - QP_{\min}^R} \quad (7)$$

$$f_R(N_{\text{int}}^R) = \frac{N_{\text{int}}^R - N_{\min}}{N_{\text{cri}} - N_{\min}} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} V_{i,j} S_{i,j}^{t+1} &= V_{i,j} S_{i,j}^t + \Delta t P_s R_{i,j}^t \\ &- \Delta t S_{i,j}^t A_x |u_{i,j}| - \Delta t S_{i,j}^t A_y |v_{i,j}| \\ &+ \Delta t S_{i-1,j}^t A_x |u_{i-1,j}| \times (\Phi > u_{i-1,j} > 0) \\ &+ \Delta t S_{i+1,j}^t A_x |u_{i+1,j}| \times (-\Phi < u_{i+1,j} < 0) \\ &+ \Delta t S_{i,j-1}^t A_y |v_{i,j-1}| \times (0 > v_{i,j-1} > \Phi) \\ &+ \Delta t S_{i,j+1}^t A_y |v_{i,j+1}| \times (-\Phi < v_{i,j+1} < 0) \end{aligned} \quad (9)$$

A equação 9 representa o transporte de sementes conforme a vizinhança, característica dos autômatos celulares. Nessa equação, os parênteses são booleanos e denotam a direção do fluxo, indicando que a deposição de sementes é possível apenas se o fluxo não excede uma velocidade máxima. As constantes envolvidas nas equações do modelo estão descritas na Tabela 1.

Tabela 1 – Constantes das equações do modelo

Constante	Significado
SR	Taxa de mortalidade
a,b	Coefficientes de limitação da luz
c,d	Coefficiente de limitação da temperatura
$f_0$	Fotoperíodo de crescimento máximo
$T_0$	Temperatura ótima para crescimento
$R_{\max}$	Biomassa máxima
SL	Dependência de disponibilidade de espaço para crescimento
$N_{\min}, N_{\text{cri}}$	Cota mínima/ crítica de nitrogênio interno
$QP_{\max}^R$	Cota máxima de fósforo intracelular
$QP_{\min}^R$	Cota mínima de fósforo intracelular
$V_{i,j}$	Volume de água na célula $i,j$
$S_{i,j}$	Sementes na célula $i,j$
$A_x$ e $A_y$	Seções transversais das células
$u_{i,j}$ e $v_{i,j}$	Velocidades da água nas direções leste-oeste e norte-sul
$P_s R_{i,j}^t$	Taxa de produção de sementes
$\Phi$	Velocidade máxima do fluxo de água

### 3.2 Avaliação de efeitos ecológicos

Park, Clough e Wellman (2008) apresentam um modelo genérico integrado, denominado Aquatox, que combina aspectos ecológicos, químicos e ecotoxicológicos do sistema aquático, com o objetivo de poder avaliar riscos aos ecossistemas. Foi desenvolvido em parceria com a *Environmental Protection Agency*, dos Estados Unidos. Inclui modelagem de nutrientes, sedimentos, compostos orgânicos, químicos tóxicos, fluidos e temperatura em ambientes aquáticos. Possui várias ferramentas analíticas para avaliar os efeitos ecológicos e pode representar uma cadeia alimentar aquática completa, incluindo gêneros de: perifíton, fitoplâncton, vegetação aquática submersa, invertebrados, peixes e tóxicos orgânicos associados. Esta variedade de elementos modelados em Aquatox é apresentada na Figura 2, bem como a interação entre eles.

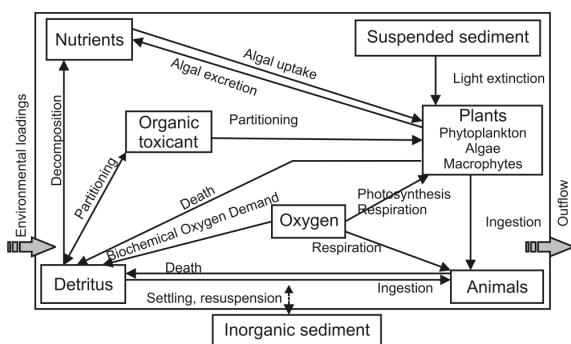


Figura 2 – Processos ecológicos simulados por Aquatox.  
Fonte: Park, Clough e Wellman (2006)

Aquatox possui uma extensa biblioteca de parâmetros bióticos, químicos e toxicológicos. O modelo é destinado a rios de tamanhos variados, lagoas, lagos, reservatórios e estuários. Entretanto, ainda não produz resultados com a distribuição espacial dos elementos analisados.

### 4. RESULTADOS ESPERADOS

O presente estudo está inserido em um projeto que tem por objetivo desenvolver um modelo espacial dinâmico para crescimento de macrófitas aquáticas em reservatórios de usinas hidrelétricas.

Espera-se obter um modelo que represente a distribuição espacial dessas plantas e sua evolução temporal conforme condições físico-químicas do ambiente.

### 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho relata alguns aspectos relacionados à modelagem espacial dinâmica. Percebeu-se que a representação diagramática, é muito mais intuitiva do que o desenvolvimento direto de equações diferenciais.

Notou-se, ainda, o potencial de autômatos celulares para representação de modelos espaciais dinâmicos, uma vez que têm a capacidade de representar, com regras simples, distribuições espaciais complexas que podem auxiliar de forma significativa em processos de simulação.

Conclui-se, finalmente, que apesar da evidente complexidade de se trabalhar com modelagem dinâmica espacial, pode-se chegar a bons resultados a partir de fundamentos teóricos sólidos que sustentem as hipóteses levantadas.

### REFERÊNCIAS

- BATTY, M. **Geocomputation using cellular automata**. In: *Geocomputation*. London: Taylor & Francis, 2000. cap. 5, p. 95-126.
- BURROUGH, P. A. Dynamic modelling and geocomputation. In: **Geocomputation: a primer**. London: John Wiley & Sons Ltd, 1998. cap. 9, p. 165-191.
- CORREA, M. R. et al. Desenvolvimento de equipamentos para o mapeamento de áreas infestadas por macrófitas aquáticas imersas. **Planta Daninha**, Viçosa-MG, v. 23, n. 2, p. 269–275, 2005.
- COUCLELIS, H. Cellular worlds: A framework for modelling micro-macro dynamics. **Environment and Planning**, v. 17, n. 5, p. 585-596, 1985.
- GIUSTI, E.; MARSILI-LIBELLI, S. An integrated model for the orbetello lagoon ecosystem. **Ecological Modelling**, n. 196, p. 379-394, 2006.
- HAEFNER, J. W. **Modeling Biological Systems: Principles and Applications**. 2. ed. New York: Springer, 2005.
- PARK, R. A.; CLOUGH, J. S.; WELLMAN, M. C. Aquatox: Modeling environmental fate and ecological effects in aquatic ecosystems. **Ecological Modelling**, v. 213, p. 1-15, 2008.
- RIVERA, E. A. C. **Modelo Sistemico para Compreender o Processo de Eutrofização em um Reservatório de Água**. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.
- TOBLER, W. R. **Philosophy in geography**. In: Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1979. cap. Cellular Geography, p. 379-386.
- YASSEMI, S.; DRAGICEVIC, S.; SCHMIDT, M. Design and implementation of an integrated gis-based cellular automata model to characterize forest fire behaviour. **Ecological Modelling**, v. 210, n. 1-2, p. 71-84, January 2008.