10. Lei da Indução de Faraday (baseado no Halliday, 4ª edição)

Duas Simetrias

1ª) Se colocarmos uma bobina condutora fechada, percorrida por corrente, num campo magnético externo, um torque atuará sobre a bobina.

Esquema anterior: bobina num campo magnético externo + corrente $\Rightarrow$ torque

Ex.: motor elétrico

2ª) O que acontecerá se fizermos o contrário? Isto é, se colocarmos uma bobina fechada em um campo magnético externo e girarmos a bobina (fazendo surgir um torque externo), Uma corrente elétrica aparecerá na bobina?

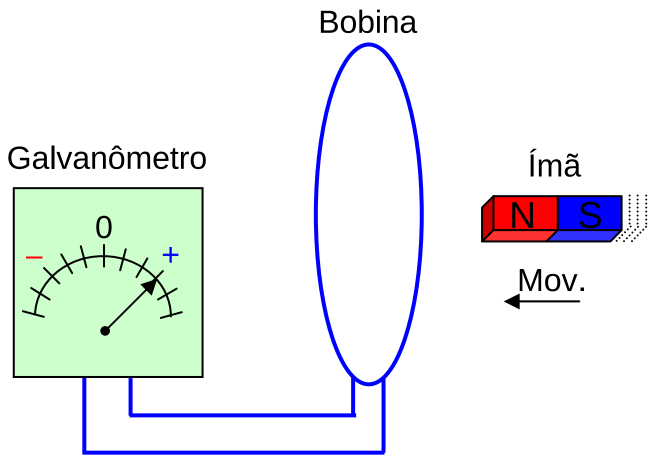
Esquema proposto: torque + bobina num campo magnético externo $\Rightarrow$ corrente elétrica.

R.: Sim, este é o funcionamento do gerador elétrico.

Duas Experiências

1ª Experiência

Características: bobina ligada a um galvanômetro G (cuja função é detectar a presença de corrente). Um ímã se aproxima e se afasta da bobina.



Problema: normalmente não deveríamos ter corrente no circuito, não há baterias ligadas, mas se aproximamos o ímã aparecerá uma corrente, mas somente enquanto o estivermos movimentando.

Resultados observacionais de Faraday:

1) Só aparece corrente quando movimentamos o ímã.

2) Quanto mais rápido movimentarmos o ímã maior será a deflexão do ponteiro do galvanômetro.

3) Quando paramos de movimentar o ímã, a corrente cessa.

4) Quando afastamos o ímã, teremos uma deflexão do ponteiro do galvanômetro em sentido contrário ao daquele quando aproximávamos o ímã.

5) Se invertemos o ímã a experiência ocorrerá como antes, exceto que os sentidos das deflexões serão contrários (contrário ao item 1).

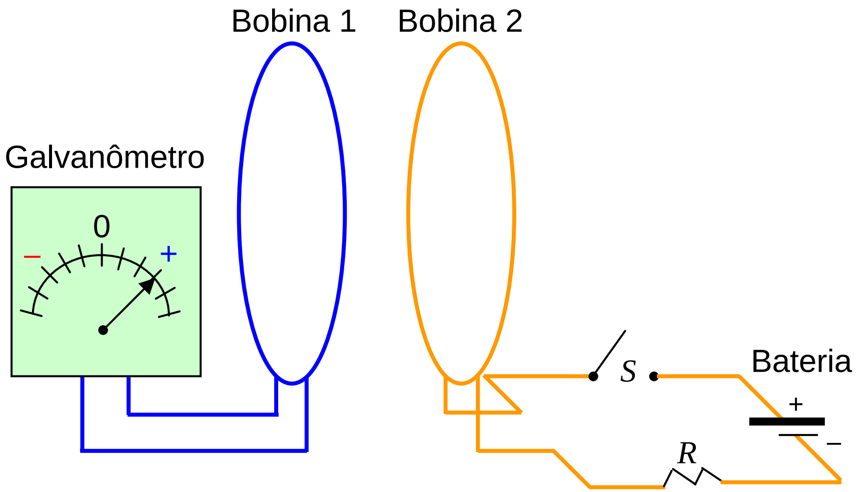
Conclusões: 1) o que importa é o movimento relativo bobina-ímã.

2) A corrente que aparece na bobina é uma **corrente induzida**.

3) O trabalho realizado, por unidade de carga, que constitui a corrente se comporta (e realmente é) como uma **fem induzida**.

2ª Experiência

Características: duas bobinas colocadas próximas uma da outra mantidas em repouso e sem nenhum contato elétrico direto.



Problema: a) quando fechamos S, permitimos que uma corrente passe pela bobina 2, e o ponteiro do galvanômetro, da bobina 1, sobre deflexão momentânea retornando para zero.

b) Quando abrimos S, o ponteiro sofre deflexão, momentânea, porém em sentido contrário.

Resultados observacionais de Faraday:

1) Somente quando a corrente na bobina 2, está aumentando a ou diminuindo, é que a fem induzida aparece na bobina 1.

2) Quando a corrente que percorre a bobina 2 é constante, não há fem induzida na bobina 1..

Primeira aproximação (Faraday ~ 1831):

"Uma fem é induzida quando 'algo está variando'. Numa situação estática, onde nenhum objeto físico está em movimento e a corrente é constante, não há fem induzida. A palavra chave era variação."

O que é o "algo" que deve variar para produzir fem?

R.: quem deu a resposta a esta pergunta foi Faraday

Lei da Indução de Faraday

1ª Tentativa: "Uma fem é produzida na bobina, somente quando o número de linhas de campo magnético que a atravessa a bobina, estiver variando."

O número total de linhas do campo magnético que atravessam a bobina em qualquer momento não nos interessa, é a variação deste número que induz a fem → taxa em que o número está variando no tempo.

Um Tratamento Quantitativo

Problema: considere uma superfície que pode ou não ser plana, limitada por uma espira condutora fechada.

$$\boxed{\Phi_B \overset{def.}{=} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}}$$ (definição de fluxo do campo magnético)

Φ_B → fluxo magnético = fluxo do campo magnético que atravessa a área de uma espira condutora fechada.

$d\vec{A}$ → elemento diferencial de área da superfície da espira condutora.

Unidade (Φ_B):

a) $[\Phi_B] = [B]\,[A]$ → no S. I. → **T m²** → recebe o nome de *weber* (**W_b**).

b) Valor unitário

$$\boxed{1W_b = 1T\ 1m^2}$$

2ª Tentativa

Enunciado da Lei da Indução de Faraday:

"A fem induzida numa espira condutora é igual ao negativo da taxa em que o fluxo magnético, através da espira, está variando com o tempo."

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}}$$ (Lei de Faraday)

Unidade (ε):

a) $[\varepsilon] = [\Phi_B] / [t]$ $\rightarrow$ no S. I. $\rightarrow$ **W_b / s** $\rightarrow$ recebe o nome de *volt* (**V**).

b) Valor unitário

$$\boxed{1V = \frac{1W_b}{1s}}$$

O sinal negativo tem a ver com o sentido da fem induzida (sentido da seta da fem num diagrama da espira).

Para N espiras:

$$\boxed{\varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt}}$$ (Lei de Faraday para N espiras)

Uma Palavra Sobre Sinais

Os sinais negativos na Lei de Faraday nos ajudam a encontrar os sentido da fem induzida.

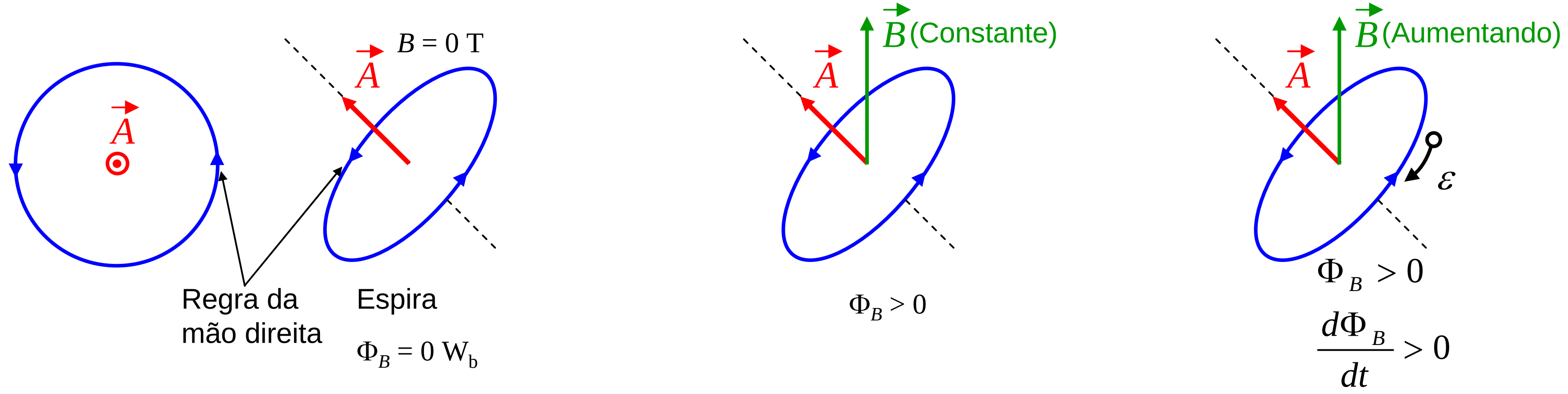
Embora isto seja mais claro com a Lei de Lenz, podemos deduzir diretamente da Lei de Faraday.

$\Phi_B \overset{def.}{=} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$ $\rightarrow$ grandeza escalar que pode ser positiva ou negativa.

Quando lidamos com o fluxo do campo magnético $\rightarrow$ a superfície não é fechada, podendo ter um sentido para dentro ou para fora.

Para determinarmos o sentido positivo de $d\vec{A}$, usamos a regra da mão direita:

"Curvamos os dedos da mão direita no sentido anti-horário ao redor da espira. O polegar estendido nos dá o sentido positivo de $d\vec{A}$."



1) No caso de $\Phi_B > 0$ e $d\Phi_B / dt > 0$, temos da Lei de Faraday $\varepsilon < 0$, isto é, a seta da fem aponta em sentido oposto ao percurso da espira (ou seja, oposto à regra da mão direita).

2) B aponta com a terceira figura, mas diminui em módulo. Então $\Phi_B > 0$ e $d\Phi_B / dt < 0$, da Lei de Faraday, $\varepsilon > 0 \rightarrow$ a seta da fem aponta em sentido contrário ao da figura.

3) B aponta no sentido oposto ao da figura, e aumenta em módulo. Então $\Phi_B < 0$ e $d\Phi_B / dt < 0$, logo $\varepsilon > 0 \rightarrow$ a seta da fem aponta em sentido contrário ao da figura.

4) B aponta no sentido oposto ao da figura, e diminui em módulo. Então $\Phi_B < 0$ e $d\Phi_B / dt > 0$, logo $\varepsilon < 0 \rightarrow$ a seta da fem aponta no mesmo sentido da figura.

A Lei de Lenz

Heinrich Friedrich Emil Lenz (12 de fevereiro de 1804, Dorpat, hoje Tartu, Império Russo – 10 de fevereiro de 1865, Roma, Itália) foi um físico russo-germânio-estoniano.

Mais conhecido por formular a Lei de Lenz da eletrodinâmica em 1833. Além desta, Lenz também formulou a Lei de Joule em 1842. Pesquisou condutividade de vários materiais sujeitos a corrente elétrica e o efeito da temperatura sobre a condutividade. Descobriu a reversibilidade das máquinas elétricas.

A Lei de Lenz, serve para determinar o sentido de uma corrente induzida numa espira condutora fechada.

'Uma corrente induzida surgirá numa espira fechada com um sentido tal que ela se oporá a variação que a produziu.'

O sinal negativo na Lei de Faraday exemplifica este fato (Lei de Lenz).

A Lei de Lenz se refere à **Correntes Induzidas** e não a **fem**(s) **induzida**(s), o que significa que só podemos aplicá-la a espiras condutoras fechadas.

O que fazer quando a espira condutora não é fechada? → podemos pensar em termos do que aconteceria se ela fosse fechada, e deste modo, determinar o sentido da fem induzida.

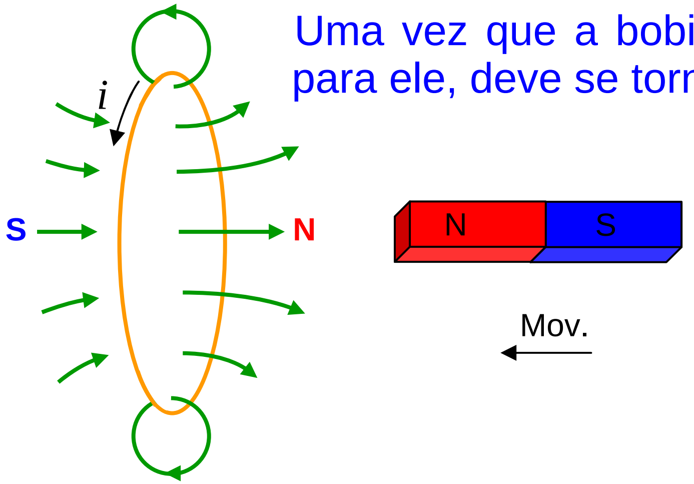
Aplicando a Lei de Lenz (1ª Experiência de Faraday)

1) Primeira Interpretação

Uma bobina de corrente produz em pontos distantes um campo magnético semelhante ao de um ímã. Lembrando que:

Pólo norte → onde emergem as linhas de campo magnético.
Pólo sul → onde chegam as linhas de campo magnético.

Uma vez que a bobina deve se opor à aproximação do ímã, a face da bobina voltada para ele, deve se tornar um pólo norte.



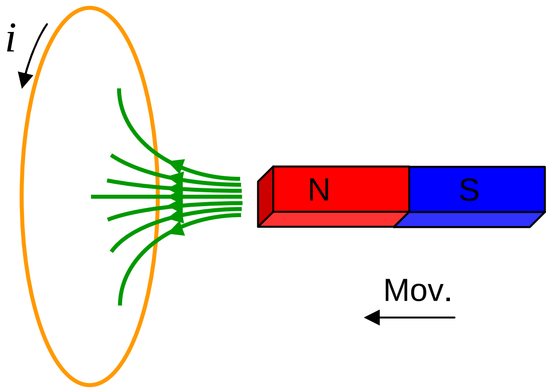
a) Os dois pólos norte se repelirão.

b) A regra da mão direita (i gerando B) mostra que, para produzir um pólo norte sobre a face da bobina voltada para o ímã, a corrente deve ser a indicada na figura.

c) O mesmo raciocínio pode ser aplicado quando o ímã se afasta, só que agora o pólo gerado é sul.

2) Segunda Interpretação

Analisando as linhas de campo magnético produzidas pelo ímã que se movimenta.



a) As linhas de B são geradas pelo ímã.

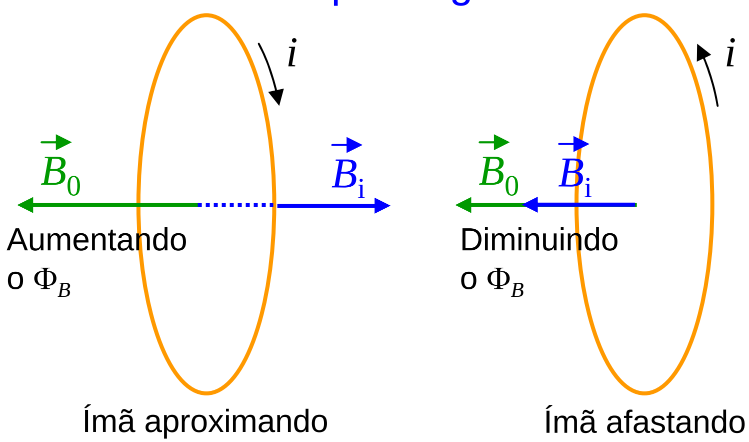
b) A variação referida na Lei de Lenz é o aumento de Φ_B através da bobina, causada pela aproximação do ímã.

c) O fluxo aumenta, porque à medida que o ímã se aproximada bobina, a densidade de linhas aumenta e, assim, a bobina intercepta um número maior destas linhas.

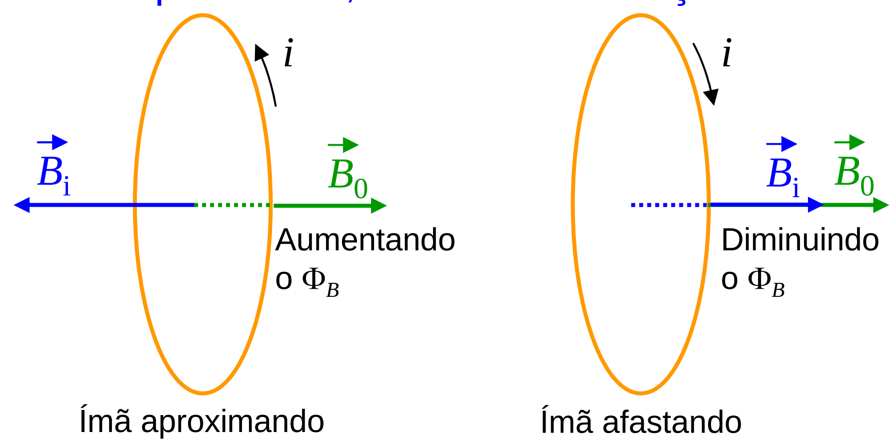
d) A corrente induzida i, reage a esta variação criando um campo magnético que se opõe ao aumento de fluxo (B_i = campo magnético induzido).

O campo $\vec{B}_\text{i}$ deve apontar da esquerda para direita, através do plano da bobina.

O campo magnético induzido não se opõe ao campo do ímã, mas à sua variação.



Ímã com pólo Norte voltado para bobina



Ímã com pólo Sul voltado para bobina

A Lei de Lenz e a Conservação da Energia

Problema: vamos supor que a Lei de Lenz indicasse uma corrente em outro sentido, isto é, a favor da variação que a produziu.

Por exemplo:

a) Apareceria um pólo Sul (quando aproximamos o pólo Norte do ímã) em vez de um pólo Norte.

b) Bastaria que o ímã se aproximasse, para iniciarmos um movimento, e a partir daí, a ação manter-se-ía indefinidamente.

c) O ímã seria acelerado em direção à bobina, aumentando cada vez mais a energia cinética.

d) Ao mesmo tempo apareceria uma energia térmica na bobina por causa de sua resistência elétrica à corrente induzida.

quanto maior a energia cinética > energia térmica

Se tivéssemos várias espiras formando um túnel circular, ao movimentarmos um ímã para dentro da primeira espira, esta o atrairia, quando a atravessasse a seguinte atrairia o ímã e assim sucessivamente $\rightarrow$ teríamos um moto perpétuo e mais, aumentaria a energia cinética com o passar do tempo (consequentemente a energia térmica das espiras aumentaria também).

ISTO VIOLARIA A PRIMEIRA LEI DA TERMODINÂMICA

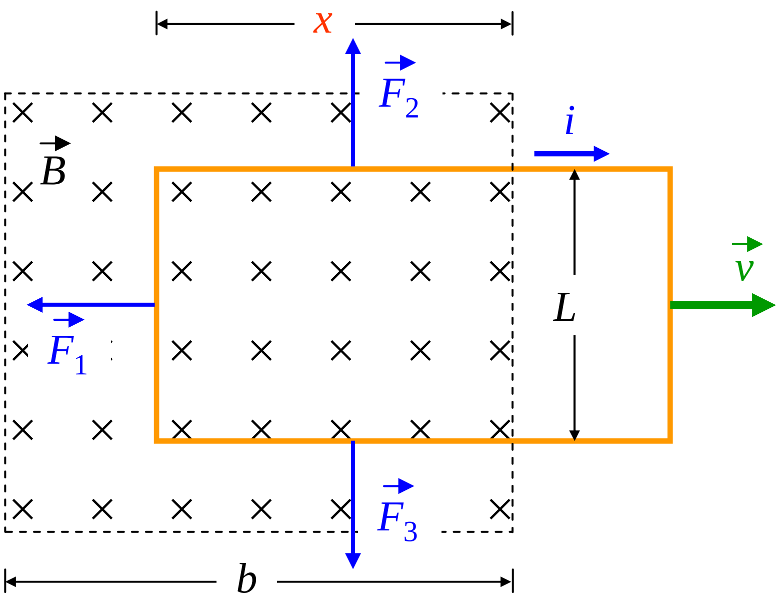
Se aproximamos o ímã da bobina, ou afastamos dela, sempre experimentaremos uma força de resistência, assim, teremos de realizar trabalho $\rightarrow$ de acordo com o princípio de conservação de energia

o trabalho realizado = energia térmica que aparece na bobina.

Isto é, quanto mais rápido movemos o ímã, maior será a taxa de produção de trabalho e maior será a taxa de produção de energia térmica na bobina.

Indução: um Estudo Quantitativo

Problema: espira retangular, de largura L, com uma de suas extremidades dentro de um campo magnético uniforme externo.



As linhas tracejadas mostram supostos limites do campo magnético (desprezamos efeitos de borda).

Experiência: consiste em puxar a espira para a direita com uma velocidade v.

Esta situação é equivalente à anterior:

"Um ímã e uma espira condutora estão em movimento relativo"

a) Em ambos os casos o fluxo do campo magnético, através da espira está variando no tempo.

b) No primeiro caso (anterior), o fluxo varia porque $\vec{B}$ varia no tempo.

c) No presente caso (agora) $\rightarrow$ o fluxo está variando porque a área da espira, imersa no campo magnético, está variando.

Taxa de Realização de Trabalho

Para mover a espira devemos puxar com uma velocidade v constante, isto é, força constante, pois uma força igual em módulo mas de sentido oposto atua sobre a espira.

$P = F\,v$ (taxa na qual realizamos trabalho)

F $\rightarrow$ módulo da força exercida para puxar a espira (força externa).
v $\rightarrow$ velocidade constante com que puxamos a espira.

Queremos encontrar $P = P\,(B, R, L)$, onde

P $\rightarrow$ potência mecânica (trabalho realizado em um determinado tempo).
B $\rightarrow$ módulo do campo magnético, uniforme, externo.
R $\rightarrow$ resistência elétrica da espira.
L $\rightarrow$ largura da espira.

Quando movemos a espira para a direita, a sua área diminui, e o fluxo também diminui, de acordo com a Lei de Lenz, uma corrente é produzida na espira, gerando $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, e $\vec{F}_1$ se opõe ao movimento.

Usando a Lei de Faraday

1º) $$\Phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A} = \int B\,dA\overset{1(\theta\,=\,0^0)}{\cos\theta} = \int \overset{C\underline{te}\text{ em } dA}{B}\,dA = B\int dA = B\,A$$

Como $A = L\,x$, o fluxo magnético fica:

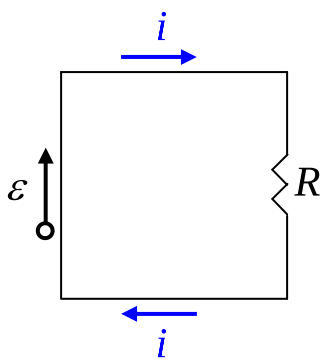
$$\Phi_B = B\,L\,x$$

2º) De $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi_B}{dt}$ (usando em módulo)

$$\varepsilon = \frac{d(B\,L\,x)}{dt} = B\,L\frac{dx}{dt} = B\,L\,v$$ onde $v = \dfrac{dx}{dt}$ é a velocidade com que a espira se move.

$$\boxed{\varepsilon = B\,L\,v}$$

3º) Esquema elétrico da espira no campo magnético



ε $\rightarrow$ fem induzida na espira.
i $\rightarrow$ corrente induzida na espira.
R $\rightarrow$ resistência elétrica da espira.

A energia produzida (ε) é igual a consumida termicamente ($V_R = R\,i$), isto é $\varepsilon = R\,i$ e $i = \dfrac{\varepsilon}{R}$, da equação anterior

$$\boxed{i = \frac{B\,L\,v}{R}}$$

4º) Esta corrente induzida surge na espira, fazendo com que uma força atue nos três lados do fio imersos no campo magnético

As forças $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ se cancelam (pois são forças opostas e não estão associadas ao movimento da espira.

A força $\vec{F}_1$ é a força contrária ao movimento e portanto a força contra a qual realizamos trabalho.

1(θ = 90⁰)

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_B = i\,\vec{L} \times \vec{B} \Rightarrow F_1 = i\ L\ B\ \operatorname{sen}\theta = i\ L\ B$$

$$\boxed{F = \frac{B^2\ L^2\ v}{R}}$$

Onde B, L e R são constantes e fazemos $F = \mathrm{C}\underline{\mathrm{te}}$ e $v = \mathrm{C}\underline{\mathrm{te}}$.

5º) Finalmente $P = F\ v = \dfrac{B^2\ L^2\ v^2}{R}$

$$\boxed{P = \frac{B^2\ L^2\ v^2}{R}}$$ (taxa de realização de trabalho sobre a espira)

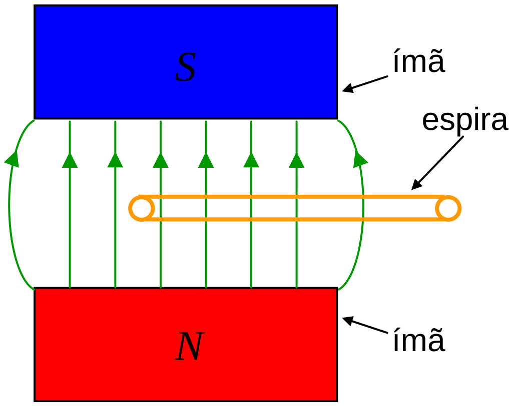
A Energia Térmica

Determinaremos → a taxa com que a energia térmica aparece na espira quando a puxamos com velocidade escalar constante ($v = \mathrm{C}\underline{\mathrm{te}}$).

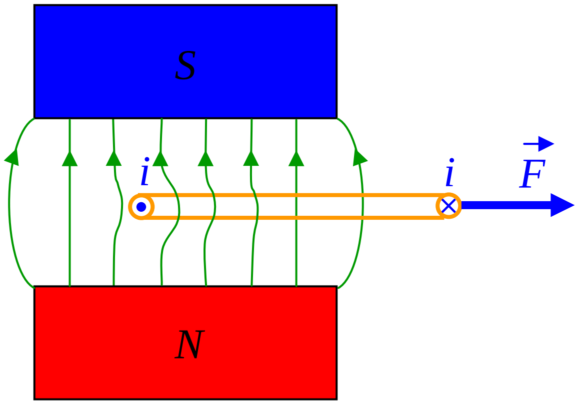
Usando a corrente calculada anteriormente $P = i^2\ R = \left(\dfrac{B\ L\ v}{R}\right)^2 R$

$$\boxed{P = \frac{B^2\ L^2\ v^2}{R}}$$ (taxa que a energia térmica aparece na espira)

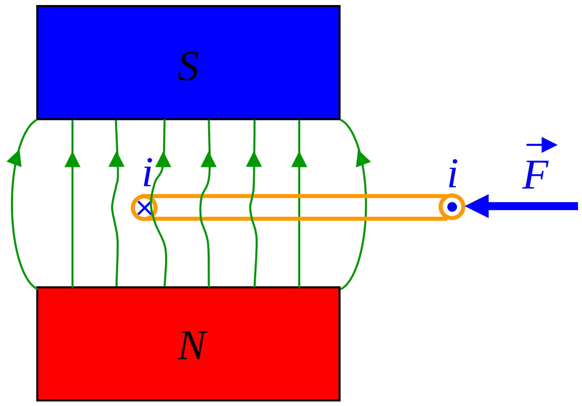
Conclusão: o trabalho que fazemos puxando a espira através do campo magnético, aparece como energia térmica na espira, manifestando-se como um pequeno aumento de temperatura.



Espira em repouso ($v = 0$ m/s)



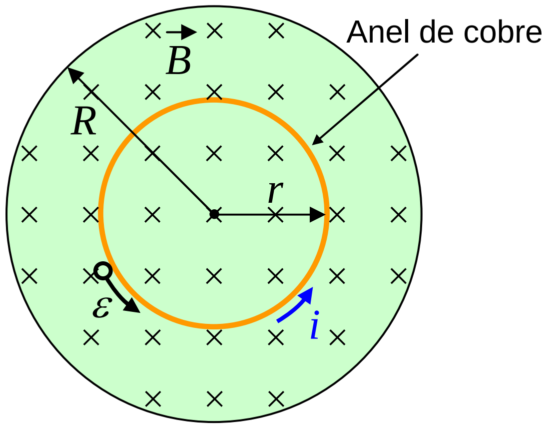
Puxando a espira (v = Cte)



Empurrando a espira (v = Cte)

Campo Elétrico Induzido

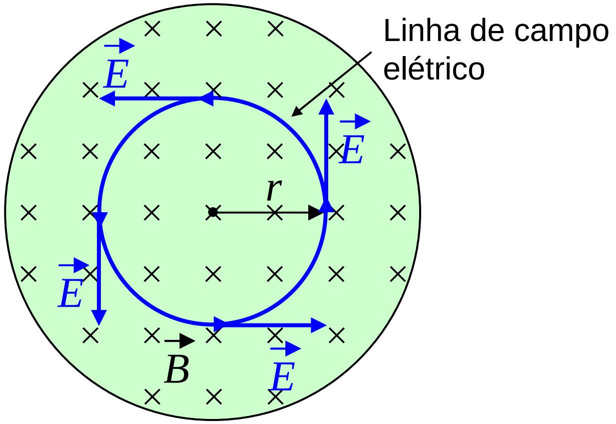
Coloquemos um anel de cobre de raio r num campo magnético externo, uniforme, preenchendo um volume cilíndrico de raio R.



Vamos supor: o campo magnético aumenta de intensidade numa taxa constante. Então o fluxo magnético através do anel aumenta numa taxa constante.

Pela Lei de Faraday surgirá uma fem induzida e uma corrente induzida no anel.

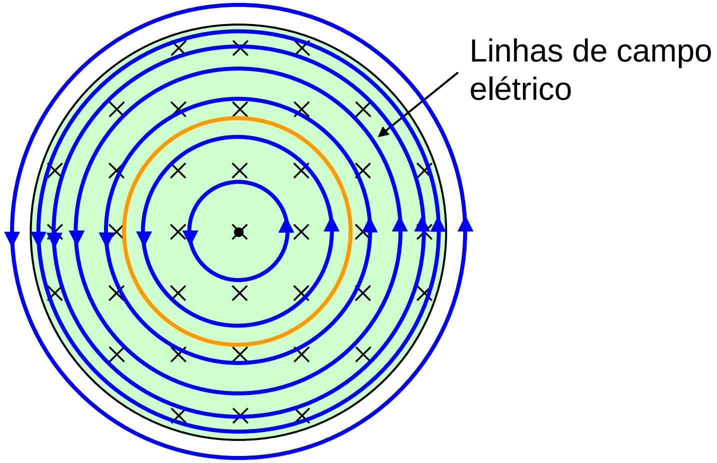
Pela Lei de Lenz podemos deduzir o sentido da corrente induzida como sendo $\rightarrow$ sentido anti-horário.



Se existe corrente no interior do anel, então um campo elétrico deve estar presente em todos os pontos no interior do anel $\rightarrow$ este campo foi produzido pela variação do campo magnético.

Campo magnéticos variável $\rightarrow$ campo elétrico induzido
Cargas elétricas estáticas $\rightarrow$ campo elétrico

Ambos os campos elétricos são reais e indistinguíveis (idênticos).



As linhas de campo no interior do anel possuem espaçamento iguais (mesmo potencial elétrico = fem induzida).

Fora do anel o campo começa a variar, e portanto o potencial varia (fem induzida diminui).

Fora da região do campo magnético, nenhum potencial pode ser estabelecido aqui (esta linha de campo não deveria existir) e portanto nenhuma fem pode ser induzida aqui.

Conclusão:

"Um campo magnético variável produz um campo elétrico."

Uma Reformulação da Lei de Faraday

Problema: tomando a primeira figura da página anterior $\rightarrow$ considere uma carga de teste q_0 que se move ao redor do caminho circular (anel de cobre). Encontrar a fem induzida capaz de realizar trabalho para mover a carga de teste no anel.

W $\rightarrow$ trabalho realizado, sobre q_0 em uma volta, pelo campo elétrico induzido.
ε $\rightarrow$ fem induzida.

De $\varepsilon \overset{def.}{=} \dfrac{dW}{dq}$ então $\varepsilon = \dfrac{W_{if}}{q_0} = \dfrac{\int \vec{F} \cdot d\vec{s}}{q_0}$, como $\vec{F} = \vec{F}_E = q_0 \vec{E}$, podemos escrever $\varepsilon = \dfrac{\int \cancel{q_0} \vec{E} \cdot d\vec{s}}{\cancel{q_0}}$

$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$ (fem responsável pela corrente induzida)

$\oint$ $\rightarrow$ integral sobre um caminho fechado (interior do anel).

Expandindo o significado de fem induzida:

Significado anterior: a fem induzida é o trabalho realizado por unidade de carga, durante o movimento dos portadores de carga, que constituem a corrente originada num circuito, por um fluxo magnético variável.

Ou ainda: a fem induzida é o trabalho realizado por unidade de carga, no movimento de uma carga de teste ao redor de um caminho fechado, imerso num fluxo variável.

Agora: não mais precisamos de uma corrente ou de uma carga de teste para falarmos da fem induzida $\rightarrow$ "uma fem induzida é a soma (integral) das grandezas $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ ao redor de um caminho fechado, onde E é o campo elétrico induzido por um fluxo magnético variável e ds é um elemento diferencial de comprimento orientado ao longo do caminho."

Combinando este resultado com a Lei de Faraday $\varepsilon \overset{def.}{=} -\dfrac{d\Phi_B}{dt}$

$$\boxed{\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}}$$ (Lei da Indução de Faraday)

A Lei da Indução de Faraday também é conhecida como a 3ª Equação de Maxwell.

De novo temos

"Um campo magnético variável produz campo elétrico."

Esta Lei da Indução de Faraday pode ser aplicada a qualquer caminho fechado que possa ser traçado num campo magnético variável.

Um Novo Aspecto do Potencial Elétrico

Campos elétricos são produzidos {
– cargas estáticas
– fluxos magnéticos variáveis

Linhas de campo elétrico {
– induzidas $\rightarrow$ formas fechadas
– por cargas $\rightarrow$ começam nas positivas e terminam nas negativas

"O potencial elétrico só tem significado para campos elétricos que são produzidos por cargas estáticas; eles não tem significado para campos elétricos que são produzidos por indução."

Podemos entender isto como $\rightarrow$ uma carga de teste ao descrever uma volta ao redor de um caminho circular, ela parte de um potencial e retorna ao mesmo potencial, então $\Delta V = V = 0$ V.

Outra forma de ver: o potencial elétrico não tem significado par acampo elétricos induzidos por campos magnéticos variáveis, pois

$$\Delta V = V_f - V_i \overset{def.}{=} \frac{W_{if}}{q_0} = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \text{ou} \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

Para este cálculo, usamos a definição de campo elétrico $\rightarrow$ concluímos deve ser produzido somente por cargas elétricas.

Lista de Exercícios Complementar 10

4E)	pág. 223
5E)	pág. 223
6E)	pág. 223
11P)	pág. 224
13P)	pág. 224
16P)	pág. 224
17P)	pág. 224
30P)	pág. 226
40E)	pág. 227
42P)	pág. 227
43P)	pág. 227