

**DETERMINAÇÃO DA ONDULAÇÃO DO
GEÓIDE POR GPS/NIVELAMENTO E
MODELOS GEOPOTENCIAIS:
NOTAS DE AULA**

POR

José Milton Arana

**Departamento de Cartografia
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Unesp – Campus de Presidente Prudente**

MARÇO / 1999

SUMÁRIO

CAPA	i
CONTRA-CAPA	1
SUMÁRIO	2
LISTA DE FIGURAS	3
LISTA DE TABELAS	4
1 INTRODUÇÃO	6
2 NOÇÕES DE TEORIA DO POTENCIAL	9
2.1 Introdução..	9
2.2 O Campo da Gravidade Terrestre	11
2.3 Anomalia da Gravidade	12
2.4 O Potencial Perturbador, Anomalia da Gravidade e ondulação, expressos em harmônicos esféricos	17
3 INTRODUÇÃO DE GLOBAL POSITIONING SYSTEM – GPS	19
3.1 Introdução	19
3.2 Segmento Espaço	21
3.3 Segmento Controle	22
3.4 Segmento Usuário	23
3.5 Limitação da Acurácia do Sistema	23

3.6	Determinação de Altitude com o GPS	24
4	DETERMINAÇÃO DA ONDULAÇÃO DO GEÓIDE	25
4.1	Introdução	25
4.2	Por cartas geoidais	25
4.3	Por modelos geopotenciais.	26
4.4	Por GPS nas RN.	28
5	RESULTADOS	30
5.1	Introdução	30
5.2	Altitudes das RN no sistema WGS84	30
5.3	Altitudes das RN nos sistema SAD69	32
5.4	Altitudes das RN, no sistema SAD69, e as ondulações geoidais GPS/nivelamento	34
5.5	Ondulações geoidais do modelo GEM-T2, no sistema SAD69	36
5.6	Ondulações do geóide, no sistema WGS84, obtidas pelo GPS/nivelamento e pelos modelos OSU91A e EGM96	39
5.7	Cartas geoidais	41
5.7.1	Carta I	42
5.7.2	Carta II	43
5.7.3	Carta III	44

5.7.4 Carta IV	45
6 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS	46
7 BIBLIOGRAFIA	49

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 - RN utilizadas nos rastreamentos40
Figura 02 - Carta geoidal elaborada com a utilização de todas as RN rastreadas41
Figura 03 - Carta geoidal elaborada com a utilização de 26 RN rastreadas42
Figura 04 - Carta geoidal elaborada com a utilização de 13 RN rastreadas43
Figura 05 - Carta geoidal elaborada com a utilização do modelo geopotencial GEM-T244

LISTA DE TABELAS

Tabela 01 -Altitudes das RN no sistema WGS8432
Tabela 02 -Altitudes das RN no sistema SAD6933
Tabela 03 -Altitudes das RN no sistema SAD69, ondulações do geóide GPS/nivelamento35
Tabela 04 -Ondulações geoidais GEM-T237
Tabela 05 -Ondulações do geóide por GPS/niv., OSU91A, GEM9639
Tabela 06 -Média dos desvios40
Tabela 07 -Informações das discrepâncias resultantes das interpolações47

1 INTRODUÇÃO

O **NAVigation System with Time And Ranging/Global Positioning System** - NAVSTAR/GPS é um sistema de rádio-navegação, desenvolvido e realizado pelo United States Department of Defense. O sistema teve um rápido crescimento em aplicabilidade e popularidade no uso de posicionamentos e em navegações (em veículos terrestre, aéreo e marítimo). Assim, o GPS tem sido amplamente usado em levantamentos geodésicos e topográficos, nos mapeamentos, em obras de engenharia, e nos mais diversos usos de posicionamentos.

O uso do GPS em levantamentos geodésicos ou topográficos, nos proporcionam as coordenadas retilíneas geocêntricas (X,Y,Z) referenciadas ao World Geodetic System 1984 - WGS84, que podem ser transformadas em latitude, longitude e altitude geométrica. Para que possa ser explorada a potencialidade do GPS na altimetria, faz-se necessário o conhecimento da altura geoidal, com precisão compatível com a do nivelamento.

O geóide, definido como sendo a superfície equipotencial do campo da gravidade terrestre que mais se aproxima ao nível médio dos mares não perturbado, com o advento do GPS, deixou de ser importante no posicionamento horizontal, mas tornou-se importantíssimo no posicionamento vertical.

O sucesso do posicionamento por satélites do sistema GPS está possibilitando a substituição dos métodos clássicos de levantamentos geodésicos e topográficos. Para a transformação da altitude geométrica (distância, contada ao longo da normal, da superfície do elipsóide de

referência ao ponto), obtida no rastreamento, em altitude ortométrica (distância, contada ao longo da vertical, do geóide ao ponto), faz-se necessário o conhecimento da altura geoidal (distância, contada ao longo da vertical, da superfície do elipsóide ao geóide).

Na grande maioria do posicionamento de obras de engenharia, levantamentos geodésicos e topográficos, faz-se necessário a determinação da altitude ortométrica (altitude referenciada ao geóide). Surge então a necessidade de transformar a altitude geométrica obtida no GPS, em altitude ortométrica. Esta transformação constitui-se numa operação simples, do ponto de vista matemático, envolvendo a altitude geométrica e altura geoidal no ponto considerado. As altitudes ortométricas e geométricas estão relacionadas por:

$$H \cong h - N \dots \dots \dots 01$$

onde,

H - altitude ortométrica;

h - altitude geométrica; e

N - ondulação do geóide.

Há muitas teorias, métodos e trabalhos realizados para a determinação da altitude ortométrica com as observações realizadas com o GPS. A altura geoidal (ondulação do geóide) pode ser determinada por astronomia associada à geodesia, por gravimetria, por modelos geopotenciais da Terra, por modelos combinados, e ainda por levantamentos GPS associado ao nivelamento geométrico. Essas teorias apresentam suas inerentes vantagens e desvantagens. Uma “fraqueza” comum na maioria dos métodos são as relativas “incertezas” das ondulações geoidais

determinadas com uso de modelos geopotenciais. Atualmente, a “incerteza” da altura geoidal determinada com os modelos está superior às precisões aceitáveis nos nivelamentos de precisão.

O objetivo deste trabalho é obter ondulações geoidais resultantes do levantamento GPS sobre RN; dos modelos geopotenciais **Goddard Earth Model T2 - GEM-T2**; do modelo **Ohio State University - OSU91A**; e do modelo **Earth Gravitational Model - EGM96**.

Com o objetivo de dar suporte teórico às determinações da ondulação geoidal com uso do modelo geopotencial, apresenta-se no Capítulo 02 noções de teoria do potencial; no Capítulo 03 descreve-se o GPS bem como sua aplicação em nivelamento; no capítulo 04 apresenta-se a metodologia utilizada no desenvolvimento do trabalho, onde discorre sobre o método para determinação da ondulação do geóide; o Capítulo 05 contém os resultados obtidos dos experimento realizados, as coordenadas das RRNN e as cartas de ondulação do geóide, ainda no Capítulo 05, descreve-se uma avaliação dos resultados alcançados; no Capítulo 06, contém uma breve avaliação dos resultados; e finalmente no Capítulo 07, constam as bibliografia consultadas no desenvolvimento deste trabalho.

2 NOÇÕES DE TEORIA DO POTENCIAL

2.1 Introdução

Os modelos geopotenciais permitem o cálculo das ondulações do geóide de um ponto em função das coordenadas geográficas deste, intrinsecamente, estes modelos utilizam-se da Teoria do Potencial. Assim, apresenta-se de forma concisa as noções de Teoria do Potencial.

No início da era espacial (ano de 1957), o modelo do potencial terrestre (geopotencial) era precariamente conhecido, isto é, só era conhecido o achatamento terrestre (J_2). Os harmônicos esféricos pares J_4 e J_6 eram estimados mediante considerações de distribuição simétrica e homogênea da massa da Terra. Porém, a despeito destes modelos de força pouco conhecidos, os satélites (na época, o Sputnik-1, o Explorer-1 e o Vanguard-1) colocados em órbitas e lá permaneceram por curto período de tempo (3 a 6 meses), nos quais foram efetuadas medidas e colhidas informações que possibilitaram, através de estudos das observações de rastreamento de órbita, determinar novos coeficientes dos harmônicos esféricos do geopotencial.

Nas últimas três décadas, impulsionado pelo desenvolvimento da Geodésia Espacial, verifica-se uma notável evolução dos modelos do potencial gravitacional terrestre (modelos geopotencial). Tais modelos, desenvolvidos em série de harmônicos esféricos, se constituem na mais utilizada técnica de representação do campo da gravidade terrestre.

O movimento dos satélites sob a ação do campo gravitacional e variações dos parâmetros orbitais, possibilitam quantificar melhor o referido campo, e conseqüentemente, aperfeiçoar o modelo geopotencial.

As forças perturbadoras, devido ao geopotencial, atuam nos movimentos dos satélites artificiais. Procura-se então, modelos mais reais do potencial terrestre, isto com a finalidade de minimizar as influências das perturbações, causadoras dos erros nos cálculos das órbitas.

Desde o lançamento do primeiro satélite artificial (1957), os dados orbitais tem sido armazenados e estudados, propiciando sucessivos modelos do campo gravitacional terrestre. Os modelos mais conhecidos pertencem às séries **Smithsonian Astrophysical Observatory Standard Earths (SAO-SE)**; **Goddard Earth Model - NASA (GEM)**; **Ohio State University (OSU)**; **Groupe de Recherche Spatial - Institut Universität München (GRIM)**; e **GeoPotential Model (GPM)**.

Alguns modelos foram determinados exclusivamente a partir de dados por satélites (GEM-T1 e GEM-T2), enquanto outros combinaram tais elementos com observações gravimétricas e altimétricas (OSU-86, OSU-89, OSU-91, GPM1, GPM2 e EGM-96). A estimativa de acurácia global das ondulações geoidais, podem variar de modelo para modelo e também, em um mesmo modelo, em função da localização geográfica. A determinação do geóide, no modo absoluto, utilizando-se do modelo GEM-T3 e EGM-96, espera-se um erro de 60 cm (PAVLIS, NK, 1997; PESSOA, L.M. da C., 1994).

Os modelos de baixo grau e ordem tem a capacidade de representar com fidelidade longos comprimentos de onda do campo da gravidade

terrestre, enquanto os modelos de alto grau e ordem, tendem ter uma boa representação dos curtos comprimentos de onda do campo da gravidade terrestre.

2.2 O Campo da Gravidade Terrestre

Os instrumentos usados nos levantamentos geodésicos e topográficos estão sujeitos às diversas forças físicas; a interpretação correta das medidas necessita do conhecimento dessas forças. A força mais comum é a **força da gravidade da Terra**. Para o entendimento do campo da gravidade da Terra, a teoria de Newton é suficiente. Assim, o geodesta ou qualquer profissional que faz uso de medidas na superfície da Terra precisa entender o campo da gravidade da Terra.

A Lei da Gravitação Universal, formulada por Newton, baseada nas Leis de Kepler, nos diz “Duas partículas (ponto material ou massa puntiforme) de massas M e m no universo atraem-se mutuamente com mesma força cuja direção é a linha que as unem, cuja magnitude é diretamente proporcional ao produto de suas massas, e inversamente proporcional ao quadrado da distância que as separam (r)” (KRUEGER, et al, 1994).

$$F = \frac{GMm}{r^2} \quad .2.1$$

Esta força é denominada por força gravitacional, força de atração gravitacional ou ainda por força de atração de Newton. Onde, G é conhecido

O campo da gravidade sendo um campo vetorial, significa que há um vetor, isto é, um triplete de números associados para cada ponto no espaço. O geopotencial (W), resultante do potencial de atração (V) e do potencial centrífugo (Q), deve conter todas as informações que há no campo da gravidade. Espera-se que o potencial suave refira-se a um campo da gravidade também suave, um potencial irregular deve representar um campo da gravidade também irregular (GEMAEL, C. 1981).

Uma superfície eqüipotencial da gravidade é uma superfície onde o geopotencial é constante ($W = \text{const.}$). Há uma infinidade de superfícies eqüipotenciais, simplesmente assumindo valores diferentes para o potencial. A superfície eqüipotencial de particular interesse é aquela que mais se aproxima ao nível médio dos mares, não perturbado, de todo o planeta. Esta superfície chama-se **GEÓIDE**. Gauss o descreve como a superfície matemática da Terra, e portanto, é a superfície “chave” da Geodésia Física, tendo um “papel” fundamental em posicionamento.

Faz-se necessário o conhecimento do campo da gravidade terrestre para que possam ser possíveis as transformações das observações geodésicas, coletadas no espaço físico (afetada pela gravidade) para o espaço geométrico, no qual as posições são referidas.

Os instrumentos utilizados nos levantamentos geodésicos estão sujeitos à diversas forças físicas. A força mais comum é a força da gravidade da Terra, assim, o geodesta necessita entender o campo da gravidade da Terra.

O potencial gravitacional e (V) pode em séries dos harmônicos esféricos (BLITZKOW, 1996) é dado por:

$$V(r, \mathbf{q}, \mathbf{l}) = \frac{GM}{r} \left\{ 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n [\bar{J}_{nm} \bar{Y}^c + \bar{K}_{nm} \bar{Y}^s] \right\} \quad . \quad . \quad 2.6$$

Com:

$$Y_{nm}^c = P_{nm}(\cos \mathbf{q}) \cos m\mathbf{l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2.7$$

$$Y_{nm}^s = P_{nm}(\cos \mathbf{q}) \sin m\mathbf{l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2.8$$

Onde:

θ - Co-latitude geocêntrica;

λ - longitude;

G - constante gravitacional universal (constante de Newton);

M - massa da Terra incluindo a massa da atmosfera;

a - semi-eixo maior do elipsóide de referência;

r - distância geocêntrica;

P_{nm} – funções principais da equação associada de Legendre;

Y_{nm}^c , Y_{nm}^s - funções principais da equação de Laplace sobre a superfície de uma esfera; e

\bar{J}_{nm} , \bar{K}_{nm} - coeficiente plenamente normalizado.

Entende-se por Terra Normal o corpo sólido, homogêneo, com a mesma massa da Terra real, incluindo atmosfera, cuja figura geométrica é o elipsóide de revolução, com as dimensões do modelo adotado, e possui uma

2.4 O Potencial Perturbador, Anomalia da Gravidade e Ondulação Expressos em Harmônicos Esféricos

O desenvolvimento deste assunto, encontra-se em maiores detalhes em GEMAEL, C. 1981.

O potencial perturbador (T) é uma função harmônica no exterior das massas, então, tem-se:

$$T = T_1 + T_2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{R^{n+1}} [a_{nm} \cos m\lambda + b_{nm} \sin m\lambda] P_{nm}(v) \dots \quad 2.13$$

ou,

$$T = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{S_n}{R^{n+1}} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad 2.14$$

Onde:

$$S_n = \sum_{m=0}^n [a_{nm} \cos m\lambda + b_{nm} \sin m\lambda] P_{nm}(v) \dots \dots \dots \dots \quad 2.15$$

$$\Delta g = \sum_{n=0}^n (n-1) \frac{S_n}{R^{n+2}} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad 2.16$$

$$N = \frac{1}{G} \sum_{n=0}^n \frac{S_n}{R^{n+1}} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad 2.17$$

Do ponto de vista matemático, as equações 2.16 e 2.17 resolvem o problema da determinação gravimétrica do geóide, isto conhecido

inteiramente o campo da gravidade da Terra (condição da aplicação da fórmula de Stokes). A equação 2.16 possibilita o cálculo de $2n+1$ coeficientes arbitrários de cada harmônico de superfície S_n , com estes coeficientes utiliza-se a equação 2.17 para o cálculo da ondulação do geóide.

3 INTRODUÇÃO AO GLOBAL POSITIONING SYSTEM - GPS

3.1 Introdução

O Sistema de Posicionamento Global GPS - Global Positioning System causou um grande impacto no posicionamento. A aplicação desta técnica está crescendo dia-a-dia nas mais diversas áreas. No meio científico sua popularização e aplicabilidade é muito grande.

Pode-se dizer que o início da era GPS foi marcada com o lançamento do primeiro satélite do Bloco II, em 14 de fevereiro de 1989. O GPS foi declarado operacional em 27 de abril de 1995, naquela época havia 25 satélites em órbita, sendo um satélite do Bloco I (satélite de número 12) e os demais do Bloco II. O satélite 12 foi retirado de operação no final de 1995. De acordo com as diretrizes de decisão do Presidente dos Estados Unidos, com respeito ao GPS, é provável que a *Selective Availability SA* seja desativada na próxima década. Nesta diretiva, está também assegurada a continuidade do GPS globalmente, e sem a cobrança de taxas diretas aos usuários. Outro aspecto importante foi a decisão de desenvolver e implementar a ampliação do GPS afim de que o mesmo seja usado como padrão para sistemas de transportes (MONICO, 1996).

A capacidade de obter posição relativa com alta precisão na altimetria, impôs a necessidade de um melhor conhecimento das ondulações do geóide (N) de modo a compatibilizar a determinação da altitude geométrica (h) com a altitude ortométrica (H).

O sistema altimétrico clássico (Brasil) é realizado através das altitudes de Referência de Nível as quais tendem a refletir o comportamento da

superfície física em relação à superfície do geóide. A origem altimétrica brasileira é a eqüipotencial do nível médio dos mares, não perturbado, registrado pelo marégrafo de Porto Henrique Lages da cidade Imbituba SC.

O NAVSTAR-GPS (**NAV**gation **S**ystem with **T**ime and **R**anging) é um sistema de rádio-navegação, desenvolvido pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos da América (DoD - **D**epartament **of** **D**efense), visando ser o principal sistema de navegação do Exército Americano. Em razão da alta exatidão proporcionada pelo sistema e do alto grau de desenvolvimento da tecnologia envolvida na fabricação dos receptores GPS, uma grande comunidade usuária emergiu nas mais variadas aplicação civis (navegação, posicionamento geodésico e topográfico, etc).

O GPS é um sistema de abrangência global. Sua concepção permite que um usuário, em qualquer local da superfície terrestre, tenha à sua disposição pelo menos quatro satélites que possam ser rastreados. Este número de satélites permite o posicionamento em tempo real. Uma característica importante no sistema GPS, em relação aos métodos de posicionamentos convencionais, é a não necessidade de intervisibilidade entre as estações, além desta característica, o GPS pode ser usado sob quaisquer condições meteorológicas.

O princípio básico de navegação consiste da medida das chamadas pseudo-distâncias entre o usuário e os satélites. Conhecendo-se as coordenadas dos satélites, num sistema de referência apropriado, é possível calcular as coordenadas da antena do receptor do usuário, no mesmo sistema de referência do satélite.

No posicionamento relativo, os erros sistemáticos remanescentes da imperfeição dos parâmetros orbitais e dos modelos matemáticos para correção da refração atmosférica, afetam as duas estações. Assim, o vetor que unem as estações pode ser obtido, com uma significativa redução dos mesmos, ou seja, uma série de erros inerentes ao sistema (erros sistemáticos) são praticamente eliminados. Em síntese, o posicionamento pelo método relativo é mais preciso que o pontual (absoluto).

A qualidade dos resultados obtidos nos rastreamento depende, entre outros, da observável usada, da qualidade das efemérides, do comprimento da base, do tempo de rastreio, do número de satélites rastreados e da geometria da constelação.

O sistema GPS é composto por três segmentos:

- . Segmento Espaço;
- . Segmento Controle; e
- . Segmento Usuário.

3.2 Segmento Espaço

Ao Segmento Espaço cabem entre outras a contratação da construção dos satélites, a viabilização dos lançamentos, e a substituição em suas respectivas órbitas e a manutenção da constelação final.

O segmento espacial consiste de 24 satélites distribuídos em seis planos orbitais igualmente espaçados (quatro em cada plano), numa altitude aproximada de 20200 Km. Os planos orbitais possuem uma inclinação de 55°

em relação ao equador celeste. O período orbital é de aproximadamente 12 horas siderais, assim, a posição de cada satélite se repete, a cada dia, a quatro minutos antes que a do dia anterior. O sistema nesta configuração garante que no mínimo quatro satélites GPS sejam “visíveis” em qualquer ponto do globo terrestre a qualquer hora.

Os parâmetros definidores da posição de um $[\mathbf{a}, \mathbf{e}, i, \mathbf{w}, \Omega, \mathbf{M}]^T$ são associados a um sistema inercial (*Conventional Inertial System - CIS*). Para um determinado instante, a posição de um satélite com relação ao CIS pode ser transformado para o *Conventional Terrestrial System* CTS e neste em um terno de coordenadas cartesianas $[\mathbf{X} \ \mathbf{Y} \ \mathbf{Z}]^T$. Estas coordenadas, e as **distâncias** entre os satélites e o receptor possibilitam a formação das equações de observações e a determinação da posição do “observador” em relação ao sistema de coordenadas terrestre.

3.3 Segmento Controle

Competem prioritariamente ao segmento controle a logística de apoio ao programa espacial com monitoramento e controle contínuo do sistema de satélites, a determinação do sistema de tempo GPS, a atualização das mensagens de navegação para cada satélite e ainda, controlar os lançamentos e os comandos de operação da constelação (incluindo a predição das efemérides dos satélites e cálculo das correções dos relógios dos satélites).

O sistema de controle é composto por cinco estações monitoras (Hawai, Kwajalein, Ascension Island, Diego Garcia, Colorado Springs), três antenas para transmitir os dados para os satélites e uma estação de controle central - *Master Control Station* (MCS), localizada em Colorado Springs. Cada estação de controle rastreia todos os satélites visíveis e transmite os dados para a MCS, esses dados são processados na MCS para determinar as órbitas dos satélites e as correções dos relógios dos satélites, isto com a finalidade de atualizar periodicamente as mensagens de navegação dos satélites (SEEBER, G. 1993).

3.4 Segmento Usuário

É de responsabilidade do segmento usuário a produção de receptores e a integração das aplicações. Assim, o segmento é composto pelos receptores GPS, os quais devem ser apropriados para usar o sinal GPS para os propósitos de navegação, posicionamento geodésico ou outra atividade qualquer. A categoria de usuários pode ser dividida em civil e militar; atualmente há uma grande quantidade de receptores no mercado civil, os quais estão disponíveis para as mais diversas aplicações, isto demonstra que o GPS realmente atingiu sua maturidade e superou suas expectativas.

3.5 Limitação da acurácia do sistema

Em decorrência de suas características estratégicas, o sistema está submetido a algumas restrições de modo a distinguir a acurácia alcançável por usuários civis e militares. O serviço disponível para a comunidade civil é

o **SPS** - *Standard Positioning Service* enquanto que para uso militar existe o **PPS** - *Precise Positioning Service*. Para os usuários do primeiro, a acurácia esperada para o posicionamento isolado é de 100m (2σ), enquanto para os usuários do **PPS** este valor está entre 10 e 20 m.

Os dois modos de limitação da acurácia no GPS são:

. **SA** - **Selective Availability**; e

. **AS** - **Anti-Spoofing**

No primeiro (**SA**), dois efeitos podem ser utilizados 1) Manipulação da efemérides transmitidas (técnica ϵ) e 2) Desestabilização do relógio do satélite (técnica δ). Em ambos os casos, as *pseudo-distâncias* obtidas sofrem deterioração.

3.6 Determinação de Altitude com o GPS

A eficácia da determinação de altitude geométrica, gerada pelo GPS sobre as RRNN, decorre da grande acurácia do GPS nas determinações relativas.

As altitudes obtidas a partir do rastreamento de satélites do GPS (geométricas por definição) tem como superfície de referência um elipsóide de revolução geocêntrico e a linha de projeção normal ao elipsóide. Altitudes determinadas a partir deste sistema são particularmente sensíveis à configuração dos satélites e às componentes não modeladas da refração atmosférica.

4 DETERMINAÇÃO DA ONDULAÇÃO DO GEÓIDE

4.1 Introdução

No presente capítulo descreve-se algumas das maneiras pelas quais são possíveis a determinação da altitude ortométrica com a utilização do sistema GPS. Assim, nos pontos rastreados, nos quais pretende determinar a altitude, pressupõe-se o conhecimento da ondulação do geóide. Apresenta-se algumas das possibilidades para a determinação da ondulação do geóide, a saber, por cartas geoidais, por modelos geopotenciais, e pelo rastreamento GPS em RN.

4.2 Por cartas geoidais

As cartas existentes da ondulação do geóide, em sua grande maioria foram elaboradas por instituições governamentais e/ou de pesquisas. Suas escalas, geralmente são pequenas, da ordem de 1:5 000 000 e menores.

Convencionalmente estas cartas podem ser obtidas por processos distintos. Existem cartas geoidais obtidas por observações astro-geodésicas, por gravimetria, e as obtidas com uso de modelos geopotenciais. As cartas de ondulações geoidais gravimétricas, são as obtidas a partir da anomalia da gravidade, estes dados gravimétricos devem ser conhecidos em toda a superfície do planeta.

As ondulações extraídas de cartas são obtidas por interpolações gráficas. Fatalmente, estas ondulações contém erros de interpolação.

As iso-linhas de ondulações do geóide contidas nas cartas, normalmente, são de 10 em 10m. Acredita-se que, não há um intenso uso destas cartas pelos usuários do GPS, devido ao laborioso trabalho nas interpolações, a pouca confiabilidade das cartas e também a escassez destas cartas.

4.3 Por modelos geopotenciais

A obtenção dos valores para os coeficientes \bar{J}_{nm} , \bar{K}_{nm} na expressão (2.6) até um determinado grau e ordem, representa o que se denomina de “**modelo geopotencial**”. Antes da era espacial não havia sido possível obter modelos do geopotencial. A única alternativa para a determinação de N seria o uso de anomalias da gravidade obtidas na superfície terrestre, as quais, além de uma distribuição irregular, não se mostram adequadas.

Os satélites artificiais podem “ser vistos” como sensores do campo gravitacional terrestre e a análise das perturbações de suas órbitas revolucionou rapidamente o conhecimento nesta área. Para isso contribuíram logo de início as análises das órbitas do Sputnik 1, Explorer 1 e Vanguard 1 com a publicação do primeiro valor para o coeficiente do achatamento dinâmico (BLITZKOW, 1996).

O modelamento mais adequado do campo gravitacional com os modelos **Goddard Earth Model – GEM** e a altimetria por radar, iniciaram uma nova fase de conhecimento do campo gravitacional do Globo Terrestre.

A Universidade de Ohio tem uma grande importância no cálculo e na publicação de modelos do geopotencial, a saber: até grau 180 (OSU81), até

grau 360 (OSU86, OSU89, OSU91). A inovação destes modelos foi a inclusão progressiva de novos dados gravimétricos, tanto nos oceanos como nos continentes.

Após o aparecimento dos primeiros modelos de grau e ordem elevados, novamente a atenção se voltaram para os coeficientes mais baixos. Na seqüência foram surgindo novos modelos e assim, “melhorando” os coeficientes já definidos, GEM-L2 (n=m=20), GEM-T1 (n=m=36), GEM-T2 (n=m=50), e GEM-T3 (n=m=72).

No contexto de melhorar os coeficientes, surgiu o **Joint Gravity Model** JGM, cuja estratégia principal do cálculo desses novos coeficientes foi de combinar de forma conveniente as observações sobre os satélites, os dados de altimetria por radar e as anomalias da gravidade obtidos na superfície.

A ex-União das Repúblicas Socialistas Soviéticas e a República popular da China decidiram, recentemente (1994), a contribuiu com os modelos do geopotencial liberando suas informações gravimétricas. Isto levou o **Defense Mapping Agency** DMA e o **Goddard Space Flight Center** GSFC e da **National Aeronautics and Space Administration** NASA a assinarem em abril de 1994 um Memorial de Entendimento para o cálculo de um modelo do geopotencial com o objetivo: “ *The primary goal (of the project) is to improve the **Earth Gravity Model (EGM)** and its associated global geoid, to support terrestrial and extra-terrestrial scientific endeavors, as well as to meet the mapping, charting and navigation requirements of both the civil and military section*” (Rapp e Nerem, 1994).

A responsabilidade principal pelo modelo foi o DMA Aerospace Center e da NASA, com uma participação ativa do *Naval Surface Warfare Center* e

da NASA, com uma participação ativa da Universidade de Ohio. A idéia foi combinar o mais completo e atual acervo de observações sobre os satélites artificiais com o mais bem distribuído conjunto de anomalias médias de 30' x 30' para obter o modelo completo até o grau e ordem 360.

4.4 Por GPS nas RRNN

Desde o surgimento do sistema NAVSTAR/GPS, tem havido uma evolução nas aplicações deste sistema e sua aceitação tem sido grande, onde pode-se destacar a determinação do geóide.

Conforme já visto, a equação 01, a relação

$$H \cong h - N ,$$

o nivelamento geométrico nos fornece a altitude ortométrica H. O GPS nos fornece a altura geométrica h. Conhecendo-se as altitudes ortométrica e geométrica, é possível a determinação de N.

Verifica-se que com duas informações conhecidas, na equação 01, determina-se a terceira. Com informações precisas do nivelamento geométrico de H e a altura elipsoidal h, dada pelo GPS, a ondulação do geóide pode ser determinada.

Este método contribuiu consideravelmente para a rápida determinação do geóide em um local (na literatura encontra-se como determinação **de um geóide local**, o que descaracteriza a definição de geóide “*superfície equipotencial do campo da gravidade que mais se aproxima do nível médio dos mares não perturbado*”), utilizando-se o GPS combinado com o nivelamento. Neste método, deve-se ter um determinado número de RRNN

conhecidas, onde são executados os rastreamentos GPS, e assim, determinado a ondulação do geóide.

5 RESULTADOS

5.1 Introdução

Apresenta-se neste capítulo os resultados dos processamentos para o cálculo das ondulações do geóide, a saber:

- Em 5.2, apresenta-se as altitudes geométricas das RRNN, no sistema WGS84;
- Em 5.3, apresenta-se as altitudes geométricas das RRNN, no sistema SAD69;
- Em 5.4, apresenta-se as altitudes geométricas das RRNN, no sistema SAD69 e as ondulações geoidais GPS/nivelamento;
- Em 5.5, apresenta-se as ondulações geoidais do modelo GEM-T2, no sistema SAD69; e
- Em 5.6, apresenta-se as ondulações do geóide, no sistema WGS84, obtidas pelo gps/niv, e pelos modelos OSU91A e EGM96.

Ainda, neste capítulo são apresentadas as cartas geoidais obtidas pelo GPS associado ao nivelamento geométrico e também cartas obtidas a partir das ondulações geoidais obtidas do modelo geopotencial GEM-T2.

5.2 Altitudes das RRNN no sistema WGS84

A Tabela 01 contém as altitudes da RRNN, no sistema **World Geodetic System 1984 WGS84**, obtidas no processamento (uso do *software GAS*), utilizando-se das efemérides precisas, divulgadas pelo International

Geodynamics Service IGS e as ondulações geoidais determinadas por $N=h-H$.

Tabela 01 - Altitudes das RRNN no sistema WGS84

RN	h (m)	N (m)
1921	482.4093	-1.8592
1922	528.4071	-1.7196
1923	535.4897	-1.6530
1924	539.5355	-1.5606
1925	576.5055	-1.6772
1931	553.2470	-1.7596
1932	564.9745	-1.6643
1933	569.8290	-1.6087
1934	576.5625	-1.6157
1935	572.4920	-1.5297
1941	572.6734	-1.7190
1942	538.9110	-1.8949
1943	554.8558	-1.9414
2051	394.2965	-1.7696
2052	410.6260	-1.8661
2053	386.2776	-1.7522
2054	377.3701	-1.7440
2061	380.7825	-1.6366
2062	342.9726	-1.5962
2063	369.6973	-1.5319
2064	527.9219	-1.9285
2065	480.2975	-1.7191
2070	535.2052	-1.8046
2071	552.5802	-1.8278
2072	535.2107	-1.7971
2073	631.7935	-1.8382
2074	750.4804	-1.7574

2075	770.8590	-1.6841
2076	786.4582	-1.6494
2081	813.6589	-1.5012
2082	761.4114	-2.0882
2083	722.8280	-2.0722
2084	717.5822	-2.0705
2085	714.7595	-2.0149
2086	668.1514	-2.2934
2131	570.0046	-2.2639
2132	680.0341	-2.2778
2133	653.1336	-2.3622
2134	630.9786	-2.3199
2136	498.5718	-2.1947
2137	451.6779	-2.0393
2141	562.7029	-2.1237
2142	364.5041	-2.4770
2143	441.0615	-1.9652
2144	414.7514	-2.0265
2145	511.0962	-1.9932
2146	518.8306	-1.8093
2147	526.7720	-1.8211
2148	559.8827	-1.7066

5.3 Altitudes das RRNN no sistema SAD69.

A Tabela 02 contém a numeração das RRNN (numeração utilizada apenas neste trabalho) e as altitudes das RRNN obtidas da transformação do sistema WGS84 para o sistema SAD69.

Tabela 02 – Altitudes das RRNN no sistema SAD69

RN	h (m)
1921	485.3970
1922	531.3081
1923	538.3888
1924	542.3657
1925	579.2777
1931	555.9783
1932	567.7026
1933	572.5442
1934	579.2711
1935	575.2051
1941	575.4297
1942	541.6901
1943	557.5829
2051	396.8904
2052	413.1830
2053	388.8021
2054	379.8440
2061	383.2022
2062	345.4375
2063	372.2226
2064	530.6157
2065	482.9446
2070	538.0191
2071	555.3869
2072	538.0247
2073	634.6186
2074	753.3644
2075	773.7203
2076	789.2963
2081	816.5484

2082	764.6001
2083	725.9983
2084	720.7485
2085	717.9241
2086	671.2994
2131	573.1555
2132	683.1940
2133	656.2544
2134	634.0702
2136	501.6091
2137	454.6736
2141	565.7692
2142	367.4620
2143	444.0061
2144	417.6776
2145	514.0209
2146	521.7268
2147	529.6248
2148	562.6561

5.4 Altitudes das RRNN, no sistema SAD69 e as ondulações geodais GPS/nivelamento

Na Tabela 03 – Altitude das RRNN no sistema SAD69, ondulações do geóide GPS/nivelamento – contém o número das RRNN, as altitudes geométricas(h) no sistema SAD69, as altitudes ortométricas (H) pertencentes à Rede Fundamental Brasileira de Nivelamento (fornecida pelo IBGE e as ondulações do geóide (obtidas por $N = h - H$).

Tabela 03 – Altitudes das RRNN no sistema SAD69, ondulação do geóide GPS/nivelamento

RN	h (m)	H (m)	N (m)
1921	485.3970	484.2685	1.1285
1922	531.3081	530.1267	1.1814
1923	538.3888	537.1427	1.2461
1924	542.3657	541.0961	1.2696
1925	579.2777	578.1827	1.0950
1931	555.9783	555.0066	0.9717
1932	567.7026	566.6388	1.0638
1933	572.5442	571.4377	1.1065
1934	579.2711	578.1782	1.0929
1935	575.2051	574.0217	1.1834
1941	575.4297	574.3924	1.0373
1942	541.6901	540.8059	0.8842
1943	557.5829	556.7972	0.7857
2051	396.8904	396.0661	0.8243
2052	413.1830	412.4921	0.6909
2053	388.8021	388.0298	0.7723
2054	379.8440	379.1141	0.7299
2061	383.2022	382.4191	0.7831
2062	345.4375	344.5688	0.8687
2063	372.2226	371.2292	0.9934
2064	530.6157	529.8504	0.7653
2065	482.9446	482.0166	0.9280
2070	538.0191	537.0098	1.0093
2071	555.3869	554.4080	0.9789
2072	538.0247	537.0078	1.0149
2073	634.6186	633.6317	0.9869
2074	753.3644	752.2378	1.1266
2075	773.7203	772.5431	1.1772
2076	789.2963	788.1076	1.1887
2081	816.5484	815.1601	1.3883

2082	764.6001	763.4996	1.1005
2083	725.9983	724.9002	1.0981
2084	720.7485	719.6527	1.0958
2085	717.9241	716.7744	1.1497
2086	671.2994	670.4448	0.8546
2131	573.1555	572.2685	0.8870
2132	683.1940	682.3119	0.8821
2133	656.2544	655.4958	0.7586
2134	634.0702	633.2985	0.7717
2136	501.6091	500.7665	0.8426
2137	454.6736	453.7172	0.9564
2141	565.7692	564.8266	0.9426
2142	367.4620	366.9811	0.4809*
2143	444.0061	443.0267	0.9794
2144	417.6776	416.7779	0.8997
2145	514.0209	513.0894	0.9315
2146	521.7268	520.6399	1.0869
2147	529.6248	528.5931	1.0317
2148	562.6561	561.5893	1.0668

5.5 Ondulações geoidais do modelo GEM-T2, no sistema SAD69

A Tabela 04 contém as RRNN, as ondulações geoidais das RRNN (calculadas pelo *software* MAPGEO – GEMT2) e a diferença de ondulações

do geóide (obtidas pelo GPS associado ao nivelamento e pelo modelo GEMT2 $N_{\text{GPS/niv}} - N_{\text{modelo}}$).

Tabela 04 – Ondulação do Geóide GEM-T2

RN	N_{model.}(m)	N_{gps/niv}(m)	diferença(m)
1921	+3.25	1.1285	-2.12
1922	+3.28	1.1814	-2.10
1923	+3.28	1.2461	-2.03
1924	+3.30	1.2696	-2.03
1925	+3.32	1.0950	-2.23
1931	+3.32	0.9717	-2.35
1932	+3.32	1.0638	-2.26
1933	+3.34	1.1065	-2.23
1934	+3.33	1.0929	-2.24
1935	+3.33	1.1834	-2.15
1941	+3.36	1.0373	-2.32
1942	+3.36	0.8842	-2.48
1943	+3.33	0.7857	-2.54
2051	+3.33	0.8243	-2.51
2052	+3.32	0.6909	-2.63
2053	+3.32	0.7723	-2.55
2054	+3.31	0.7299	-2.58
2061	+3.32	0.7831	-2.54
2062	+3.33	0.8687	-2.46
2063	+3.33	0.9934	-2.34
2064	+3.34	0.7653	-2.57
2065	+3.33	0.9280	-2.40
2070	+3.40	1.0093	-2.39
2071	+3.39	0.9789	-2.41
2072	+3.40	1.0149	-2.39
2073	+3.41	0.9869	-2.42
2074	+3.44	1.1266	-2.31

2075	+3.44	1.1772	-2.26
2076	+3.43	1.1887	-2.24
2081	+3.46	1.3883	-2.07
2082	+3.48	1.1005	-2.38
2083	+3.47	1.0981	-2.37
2084	+3.46	1.0958	-2.36
2085	+3.45	1.1497	-2.30
2086	+3.44	0.8546	-2.59
2131	+3.39	0.8870	-2.50
2132	+3.43	0.8821	-2.55
2133	+3.42	0.7586	-2.66
2134	+3.41	0.7717	-2.64
2136	+3.38	0.8326	-2.54
2137	+3.36	0.9564	-2.40
2141	+3.39	0.9426	-2.45
2142	+3.35	0.4809	-2.87
2143	+3.33	0.9794	-2.35
2144	+3.31	0.8997	-2.41
2145	+3.31	0.9315	-2.37
2146	+3.31	1.0869	-2.22
2147	+3.32	1.0317	-2.29
2148	+3.32	1.0668	-2.26

Média da diferença das ondulações geoidais $-2,38 \pm 0,18$ m

5.6 Ondulações do geóide, no sistema WGS84, obtidas pelo gps/niv e pelos modelos OUS91A e EGM96

A Tabela 05 contém as RRNN, suas respectivas ondulações geoidais obtidas por GPS associado ao nivelamento e também as ondulações geoidais obtidas pelos modelos geopotenciais OSU91A e o EGM96. Contém também as diferenças entre as ondulações geoidais obtidas pelo GPS/nivelamento e os modelos OSU91A e EGM96.

Tabela 05 – Ondulações geoidais por GPS/niv., OSU91A, EGM96

RRNN	N _{GPS/niv}	N _{OSU91A}	N _{EGM96}	N _{GPS} -N _{MODELO}	
				OSU	EGM
1921	-1.86	-1.51	-2.14	-0.35	+0.28
1922	-1.72	-1.30	-2.01	-0.42	+0.29
1923	-1.65	-1.29	-2.01	-0.36	+0.36
1924	-1.56	-1.15	-1.90	-0.41	+0.34
1925	-1.68	-1.03	-1.80	-0.65	+0.12
1931	-1.76	-0.93	-1.73	-0.83	-0.03
1932	-1.66	-0.92	-1.72	-0.74	+0.06
1933	-1.61	-0.88	-1.68	-0.73	+0.07
1934	-1.62	-0.86	-1.66	-0.76	+0.04
1935	-1.53	-0.87	-1.66	-0.66	+0.13
1941	-1.72	-0.91	-1.68	-0.81	-0.04
1942	-1.89	-0.95	-1.72	-0.94	-0.17
1943	-1.94	-0.89	-1.68	-1.05	-0.26
2051	-1.77	-0.63	-1.38	-1.14	-0.39
2052	-1.87	-0.56	-1.27	-1.31	-0.60
2053	-1.75	-0.50	-1.20	-1.25	-0.55
2054	-1.74	-0.39	-1.08	-1.35	-0.66
2061	-1.64	-0.55	-1.06	-1.09	-0.58
2062	-1.60	-0.42	-1.16	-1.18	-0.44
2063	-1.53	-0.53	-1.28	-1.00	-0.25
2064	-1.93	-0.81	-1.57	-1.12	-0.36
2065	-1.72	-0.74	-1.50	-0.98	-0.22
2070	-1.80	-0.95	-1.70	-0.88	-0.10
2071	-1.83	-0.95	-1.71	-0.88	-0.12
2072	-1.80	-0.95	-1.70	-0.85	-0.10
2073	-1.84	-0.92	-1.66	-0.92	-0.18
2074	-1.76	-0.92	-1.62	-0.83	-0.06
2075	-1.68	-0.85	-1.53	-0.83	-0.15
2076	-1.65	-0.75	-1.42	-0.90	-0.23
2081	-1.50	-0.80	-1.44	-0.70	-0.06
2082	-2.09	-1.64	-2.22	-0.45	+0.13

2083	-2.07	-1.61	-2.23	-0.46	+0.16
2084	-2.07	-1.62	-2.26	-0.45	+0.19
2085	-2.01	-1.64	-2.29	-0.37	+0.28
2086	-2.29	-1.62	-2.31	-0.67	+0.02
2131	-2.26	-1.72	-2.41	-0.54	+0.15
2132	-2.28	-1.68	-2.36	-0.60	+0.08
2133	-2.36	-1.61	-2.32	-0.75	-0.04
2134	-2.32	-1.56	-2.29	-0.76	-0.03
2136.	-2.19	-1.47	-2.23	-0.72	-0.04
2137	-2.04	-1.40	-2.17	-0.64	-0,13
2141	-2.12	-1.55	-2.27	-0.57	+0.15
2142	-2.48	-1.33	-2.11	-1.15	-0.37
2143	-1.96	-1.33	-2.09	-0.64	+0.12
2144	-2.03	-1.30	-2.06	-0.73	+0.03
2145	-1.99	-1.30	-2.06	-0.69	+0.07
2146	-1.81	-1.24	-2.01	-0.57	+0.20
2147	-1.82	-1.16	-1.94	-0.66	+0.12
2148	-1.71	-1.01	-1.80	-0.70	-1.80

A tabela 06 – média dos desvios – apresenta as médias aritméticas das diferenças (das ondulações geoidais) $N_{\text{modelo}} - N_{\text{GPS/nivelamento}}$, o desvio padrão (amostra) considera-se aui o conjunto de observações como uma amostra) e o desvio padrão da população (considera-se o conjunto de observações como uma polulação).

Tabela 06 – Médias dos desvios

MODELO	OSU91A	EGM96
média dos desvios	-0.77 m	-0.05 m
desv.padr.amostra s	0.256	0.252
desv.padr.popul. σ	0.253	0.249

5.7.1 Carta I

A carta de ondulação geoidal, denominada **CARTA I**, foi obtida a partir da associação dos rastreamentos GPS e nivelamento geométrico (referências de nível). Neste caso foram utilizadas todas as RRNN rastreadas na região de Maringá PR, ou seja, foram utilizadas 48 RRNN.

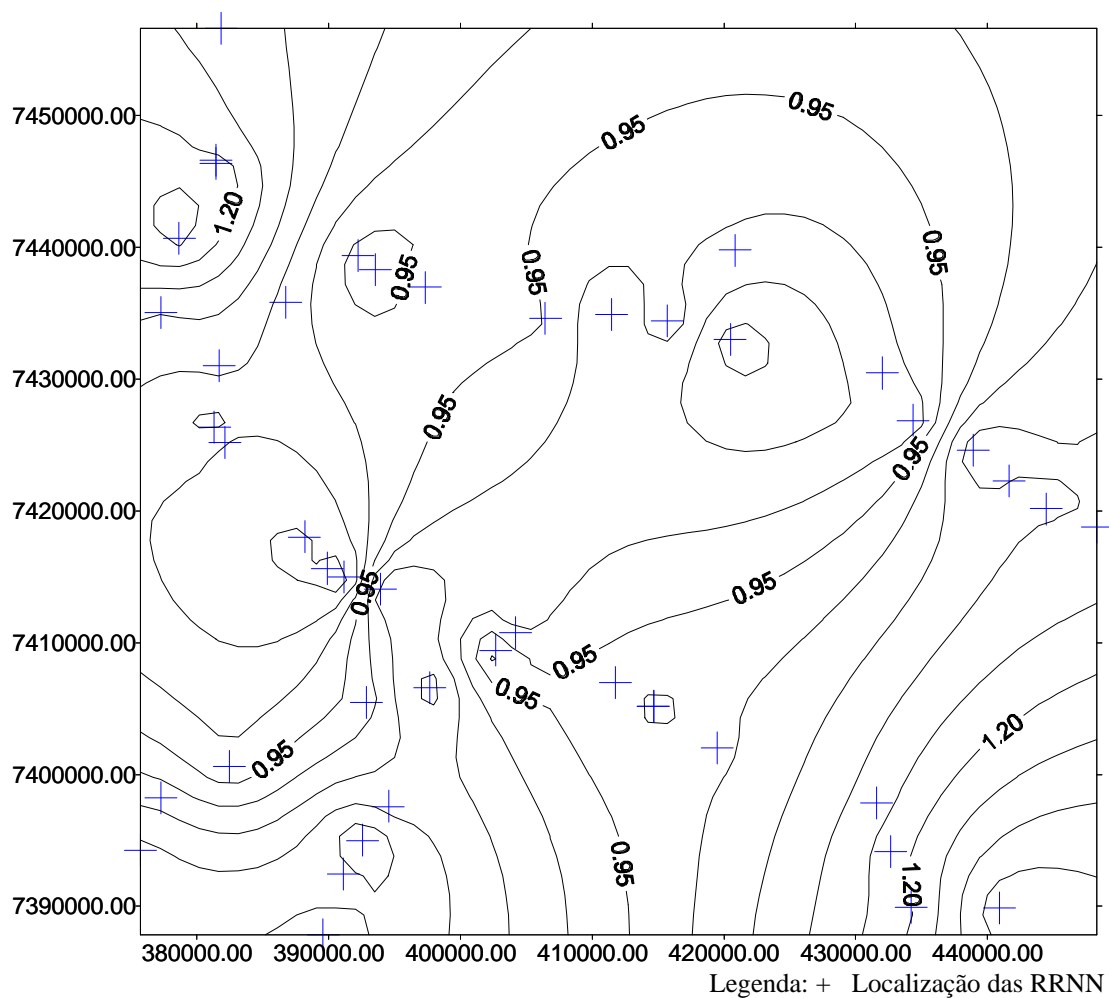


Figura 02. Carta geoidal elaborada com a utilização de todas as RRNN rastreadas.

5.7.2 Carta II

A Carta II, também foi obtida com a associação de rastreamento GPS e nivelamento geométrico (RRNN). Neste caso, foram selecionadas 26 em função da equidistância aproximadas entre as RRNN.

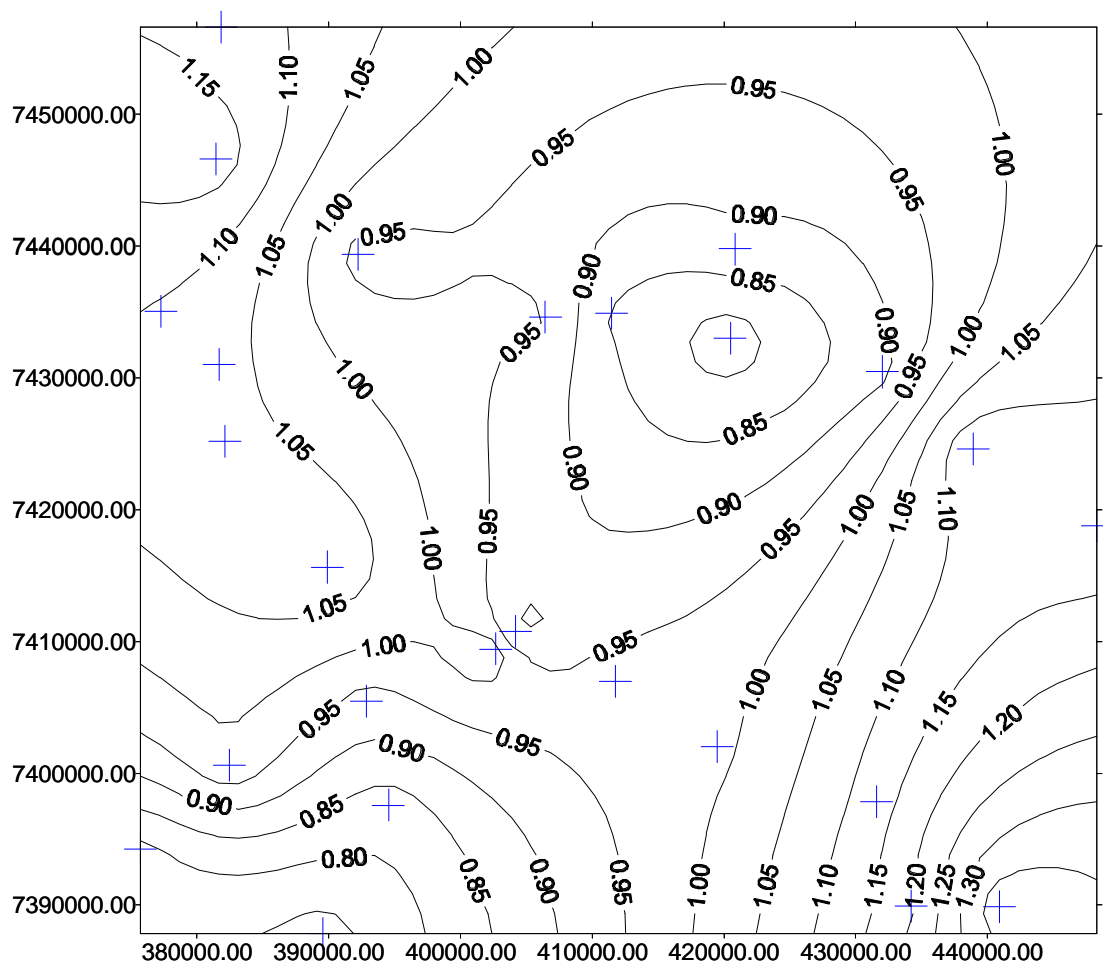


Figura 03. Carta geoidal elaborada com a utilização de 26 RRNN rastreadas.

5.7.3 Carta III

Tal como nas Cartas I e II, a Carta III foi obtida a partir da associação do GPS e RRNN. A elaboração desta carta deu-se a partir de 13 RRNN, seleccionadas também em função da equidistância entre as mesmas.

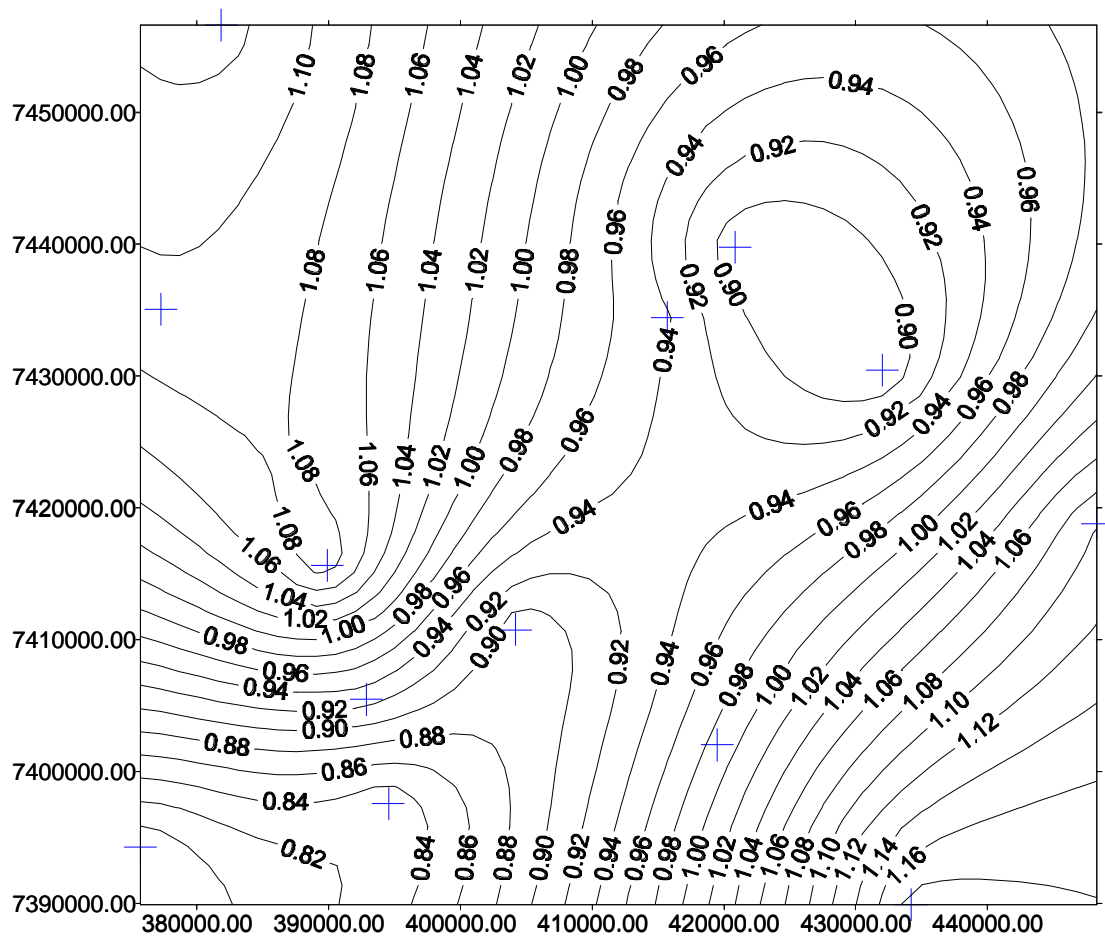


Figura 04. Carta geoidal elaborada com a utilização de 13 RRNN rastreadas.

5.7.4 Carta IV

A Carta IV foi obtida a partir das ondulações geoidais determinadas com o uso do modelo geopotencial GEM-T2 com a utilização do *software* MAPGEO.

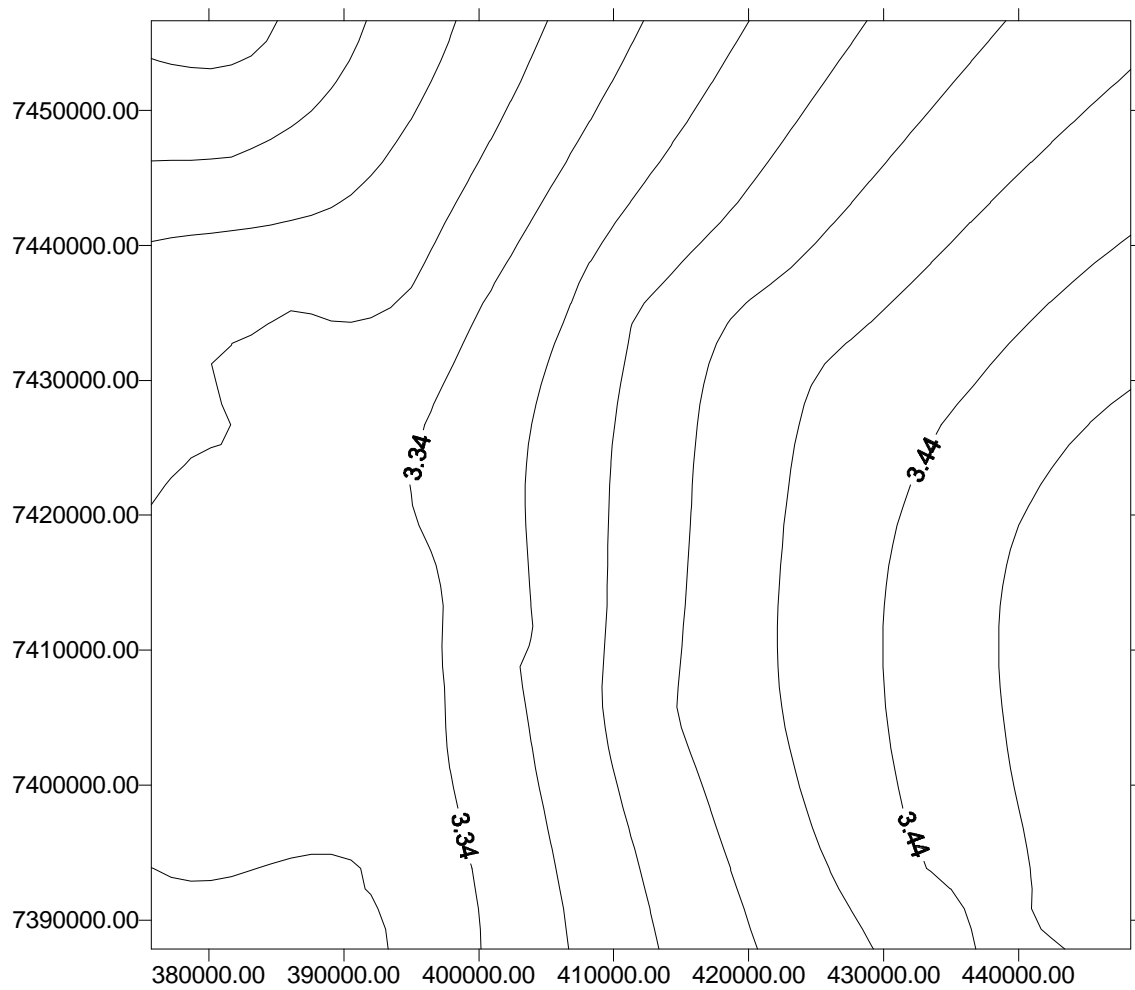


Figura 05. Carta geoidal elaborada com a utilização do modelo geopotencial GEM-T2.

6 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

Os processamentos dos dados GPS, apresentaram resultados compatíveis com os apresentados em outros trabalhos de mesma natureza. Os erros médios quadráticos (RMS), determinados nos processamentos das RRNN rastreadas foram menores que 20 mm. Devido aos comprimentos das bases (dos pontos fixos, PARA e UEPP às RRNN) em nenhuma base foi tentada a solução da ambigüidade. Assim, os resultados apresentados no processamento, são sem a solução da ambigüidade.

Foram elaboradas quatro (4) cartas de ondulações do geóide. Na Carta I (elaborada com a utilização de todas as RRNN rastreadas), verifica-se que as ondulações geoidais são representadas com mais detalhes que a Carta II e III. Por sua vez, a Carta II apresenta mais detalhes que a III. Nesta carta, elaborada com a utilização de 13 RRNN, verifica-se que as ondulações geoidais são representadas por “curvas mais regulares”; seus contornos são “suaves”. A Carta IV, elaborada com a utilização das ondulações geoidais obtidas com o modelo geopotencial GEMT2 (com uso do programa MAPGEO), verifica-se que as ondulações geoidais são representadas por curvas “suaves e regulares”. Porém, comparando a Carta IV com as Cartas I, II e III, verifica-se a presença de efeito sistemático da ordem de 2,4m.

Com a finalidade de verificar a qualidade destas cartas obtidas com o GPS/nivelamento, utilizou-se como padrão a Carta I (a qual foi elaboradas utilizando-se das 48 ondulações geoidais obtidas pelo GPS/nivelamento. Nas Carta II e III interpolou-se (extraiu da Carta I e II) as ondulações geoidais nas RRNN que foram rastreadas mas que não foram utilizadas na

elaboração das respectivas cartas II ou III. A partir das cartas II e III interpolou-se as ondulações do geóide das RRNN (que não foram utilizadas para gerar a Carta I ou II). A partir dos valores interpolados das cartas II e III e das ondulações do geóide determinado pelo nivelamento geodésico associado ao GPS, calculou-se os “resíduos” (discrepâncias) das ondulações geoidais, cujos valores são apresentados na tabela 07.

Tabela 07 INFORMAÇÕES DAS DISCREPÂNCIAS RESULTANTES DAS INTERPOLAÇÕES.

RN	N (niv/gps) (m)	N (obtido da interpolação Carta II) (m)	v (interpolação Carta II) (m)	N obtido da interpolação Carta III) (m)	v (carta III) (m)
1921	1,13			1,11	0,02
1923	1,25	1,19	0,05	1,11	0,04
1922	1,18	1,13	0,04	1,10	0,08
1931	0,97	1,07	-0,10	1,09	-0,12
1932	1,06			1,09	-0,03
1934	1,09	1,08	0,01	1,09	0,00
1935	1,18	1,06	0,12	1,07	0,11
1941	1,04			0,90	0,14
1943	0,79	1,03	-0,24	1,03	-0,24
2052	0,69	0,82	-0,13	0,83	-0,14
2053	0,77	0,78	0,01	0,81	-0,04
2054	0,73			0,81	-0,08
2051	0,82	0,88	-0,06	0,84	-0,02
2064	0,77	0,97	-0,20	0,92	-0,15
2070	1,01	0,98	0,03	0,94	0,07
2071	0,98			0,92	0,06
2072	1,01	0,98	0,03	0,94	0,07
2074	1,13			1,11	0,02
2075	1,18	1,16	0,02	1,13	0,05
2081	1,39			1,18	-0,04
2083	1,10	1,13	-0,03	1,06	0,04
2084	1,10	1,12	-0,02	1,02	0,10
2085	1,15			0,98	0,17
2086.	0,85	1,00	-0,15	0,93	-0,08
2133	0,76	1,00	-0,25	0,92	-0,17
2134	0,77			0,91	-0,13
2136	0,84			0,94	-0,10
2137	0,96			0,96	0,00
2141	0,94	0,86	0,08	0,89	0,05

2143	0,98	0,94	0,04	1,04	-0,06
2144	0,90	0,94	-0,04	1,06	-0,16
2145	0,93			1,07	-0,14
2146	1,09	0,96	0,13	1,07	0,02
2147	1,03	1,02	0,01	1,08	-0,05
2148	1,07			1,09	-0,2
////	////	$\sum vv = 0,2772 \text{ m}^2$		$\sum vv = 0,4215 \text{ m}^2$	

Assim, para a Carta II, tem-se:

$\sum vv = 0,2772 \text{ m}^2$, com auxílio da equação 6.1,

$$\text{E.M.Q.} = \sqrt{\frac{\sum vv}{n-1}} \quad (6.1)$$

tem-se:

$$\sigma = 0,115 \text{ m}$$

Para a Carta III, tem-se:

$\sum vv = 0,4215 \text{ m}^2$, proporcionando

$$\sigma = 0,111 \text{ m}$$

Estes resultados nos mostram que a Carta II e III, apresentam “medida de dispersão” aproximadamente iguais ($\approx 0,11 \text{ m}$). Isto sugere que, para a região em estudo, o número de RRNN rastreada foi maior que o necessário.

Os resultado apresentados já eram esperados, pois, a superfície do geóide é relativamente uniforme (sofre pequena variação), suas variações são regulares. Assim, o desvio padrão apresentado nas Cartas II e III, estatisticamente são considerados iguais. Em uma análise geral, a Carta gerada a partir de 26 RRNN não mostrou uma qualidade significativamente superior à gerada a partir de 13 RRNN.

7 BIBLIOGRAFIA

- 01 ANDRADE, J. B. **NAVSTAR-GPS**. Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná UFPR. Curitiba. 1981.
- 02 AYHAN, M.E. Geoid determination in Turkey (TG-91). **Bulletin Géodésique**. Springer-Verlag. Berlin. v 67. n 1. 1993.
- 03 ASHKENAZI, V. , MONICO, J. F. G. MOORE, T. High Precision GPS Network in Brazil, **Revista Brasileira de Cartografia SBC**. Rio de Janeiro. n 45. maio 1995.
- 04 BETTADPUR, S. V. Hotine's geopotential formulation - revisited. **Bulletin Géodésique**. Springer-Verlag. Berlin. v 69. n 3. 1995.
- 05 BIAN, S. e LIU, Q. Two notes on Fourier analysis in the Earth's gravity field. **Bollettino di Geodesia e Scienze Affini**. Instituto Geografico Militare. Firenze. n 1, 1995.
- 06 BIRARD, G., SANTARSIERO, D., TUFILLARO, D., SURACE, L. Setting-up local "mapping geoids" with the aid of GPS/LEV Traverses Application to the geoids of Sardinia and Calabria. **Journal of Geodesy**. Springer-Verlag. Berlin. v 70. n 1-2. 1995.
- 07 BLITZKOW, D. **O Problema de valor de contorno da Geodésia: resultados práticos para a América do Sul**. Tese de Livre Docência. Departamento de Engenharia de Transporte, Escola Politécnica, USP. São Paulo. 1996.
- 08 BOCCHIO, F. On the <<Flattening>> of vertical derivatives of the geopotential. **Bollettino di Geodesia e Scienze Affini**. Instituto Geografico Militare. Firenze. n 1, 1996.
- 09 BONFORD, G. **Geodesy**, 2ed., London, Oxford University Press, 1962.
- 10 DODSON, A. H. GPS for height Determination. **Survey Reviews**. New York. v 33, n 256. 1995.
- 11 FIELDER, J. Orthometric heights from Global Positioning System. **Journal of Surveying Engineering**. New York. v 118. n 3. 1992.
- 12 FORSBERG, R. Terrain effects in geoid computations. **International School for the Determination and use of the Geoid**. Milan. n 1, 1994.
- 13 GEMAEL, C. **Geodésia Celeste: Introdução**. Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná UFPR. Curitiba. 1991.

- 14 _____. **Introdução a Geodésia Física**. Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná UFPR. Curitiba. 1981.
- 15 _____. **Determinação da gravidade em Geodésia**. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Departamento de Geociências. Setor de Tecnologia. Universidade Federal do Paraná - UFPR. Curitiba. 1985.
- 16 _____. A evolução da Geodésia. **Revista Brasileira de Cartografia SBC**. Rio de Janeiro. n 46. outubro 1995.
- 17 GIL, A. J., SEVILLA, M. J., RODRÍGUES-CADEROT, G. Geoid determination in Central Spain from gravity and height data. **Bulletin Géodésique**. Springer-Verlag. Berlin. v 67. n 1. 1993.
- 18 HALMOS, F. Geoid Determination on the Basis of Satellite Observations. Acta **Geodaetica, Geophysica et Montanistica**, Tomus 15, Fasciculi 1, Junho, 1980.
- 19 HEISKANEN, W. A., MORITZ, H. **Geodésia Física**. Agencia Cartográfica de Defesa. Servicio Geodesico Interamericano. Escuela Cartografica. San Francisco. 1982.
- 20 HSU, H. LU, Y. The regional geopotential model in China. AFRICA. **Bollettino Della Società Italiana di Topografia e Fotogrammetria**. Roma.
- 21 JAKSA, D. S., GILLILAND, J. R., TAN, C. K. F. The evaluation of Australian Height datum values from Global Positioning System Measurements. **Australian Journal of Géodesy Photogrammetry and Surveying**. Australia. n 54. 1991.
- 22 JIAN, Z., DUQUENNE, H. On the combined adjustment of a gravimetrically determining geoid and GPS levelling station. **Journal of Geodesy**, Springer-Verlag. Berlin. v 70. n 8. 1996.
- 23 KRUEGER, C. P., ARANA, J. M., CORDINI, J., FERREIRA, L. D. D., CAMARGO, P. O., FABRI, S. M. **Teoria do Potencial**. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Departamento de Geociências. Setor de Tecnologia. Universidade Federal do Paraná UFPR. Curitiba. 1994.
- 24 KUANG, S., FIDIS, C., THOMAS, F. **Modeling of the local geoid with GPS and leveling: A case study**.

- 25 LEHMANN, R. Information measures for global geopotential models. **Journal of Geodesy**. Springer-Verlag. Berlin. v 70, n 6, 1996.
- 26 LEICK, A. **GPS - Satellite Surveying**. John Wiley & Sons. New York. 2^a ed. 1995.
- 27 _____. Delineating theory for GPS surveying. **Journal of Surveying Engineering**. New York. v 118. n 3. 1992.
- 28 MARTINEC, A., VANICEK, P., MAINVILLE, A., VÉRONNEAU, M. The effect of lake water on geoidal height. **Manuscripta Geodaetica**. Springer-Verlag. Berlin. 1995.
- 29 MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS: descrição, fundamentos e aplicações**. Publicação interna. Departamento de Cartografia. Faculdade de Ciências e Tecnologia FCT/UNESP-Campus de Presidente Prudente. 1996.
- 30 MONICO, J. F. G., ASHKENAZI, V., MOORE, T. **Geodetic Reference System and the Accuracy Estimates of the Brazilian GPS network**. Instituto de Geociências. Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS. Porto Alegre. 1995.
- 31 MONICO, J. F. G., SEGANTINE, P. C. L. **ITRF: definição, realizações e aplicações**. **Cartografia e Cadastro**, n 5. Lisboa. 1996.
- 32 OSADA, E. e BOSY, J. Optimal design of GPS points for local modelling of gravity vector field. **Bolletino di Geodesia e Scienze Affini**. Instituto Geografico Militare. Ferenze. n 2, 1995.
- 33 PAPO, H. B. Datum definitio in the GPS era. **The Canatian Institute of Surveying and Mapping. Journal Association Canadienne des Sciences Geodesiques eta Cartographiques**. v 42. n 2. 1988.
- 34 PAVLIS, N.K. Development Applications of Geopotential Models. **Escola de Geóide**. Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE, Rio de Janeiro. 1997.
- 35 PESSOA, L. M. da C. **Análise comparativa de Modelos Geoidais na Bacia do Paraná: contribuição à Determinação do Geóide**. Seminário Apresentado ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas _ UFPR. Curitiba, 1994.
- 36 PRADO, W. S. **Determinação das ondulações do geóide através de harmônicos esféricos**. Dissertação de Mestrado em Ciências Espacial. INPE. 1981.

- 37 RAPP, T. H. and NEREM, R. S. **A joint GSFC/DMA project for improving the model of the Earth's gravitational field.** Ohio.
- 38 SÁ, N. C. de. 3º Congresso Internacional da Sociedade Brasileira de Geofísica. **Um geóide para aplicações do GPS em Geociências.** Instituto Astronomico e Geofísico. Universidade de São Paulo - IAG/USP. São Paulo. 1993.
- 39 _____. Representação Integrada do campo da gravidade no Brasil. **Revista Brasileira de Cartografia SBC.** n45, maio 1995.
- 40 SÁ, N. C. de, MOLINA. E. C. **XVII Congresso Brasileiro de Cartografia.** O geóide gravimétrico no Estado de São Paulo: resultados preliminares. Instituto Astronomico e Geofísico. Universidade de São Paulo - IAG/USP. São Paulo. 1995.
- 41 SCHWATZ, M. G., SIDERIS, G. and FORSBERG, F. The use of FFT in physical geodesy. **Geophysical Journal International.** 1990.
- 42 SEEBER, G. **Satellite Geodesy: Foundations, Methods and Applications.** Berlin. 1993.
- 43 SETO, T., RÜEGER, J. M. Optimal design of Heerbrugg. Type baselines for accuracy tests after din 18723-6. **Australian Journal of Geodesy Photogrammetry and Surveying Australia.** n 54. 1991.
- 44 SHUM C. K., RIES, J. C., TAPLEY, D. **The accuracy and applications of satellite altimetry.** **Geophysical Journal Institut.** 1995.
- 45 SIDERIS, M. G. Geoid Determination by FFT techniques. **International School for Determination and use of the Geoid.** Milan. 1994.
- 46 _____. Fourier geoid determination with irregular data. **Journal of Geodesy.** Springer-Verlag. Berlin. v 70, n 1-2, 1995.
- 47 SIDERIS, M. G. and SCHWARZ, P. A Study of the Contributions fo Various Gravimetric Data types on the Estimation of Gravity Field Parameters in the Moutains. **Journal of Geophisycal Research.** v 97, n b6. 1992.
- 48 SJÖBERG, L. E. The terrain effect in geoid computation from satellite derived geopotential models. **Bolletino di Geodesia e Scinze Affini.** Instituto Geografico Militare. Ferenze. n 4, 1996.
- 49 TSCHERNING, C. C. Geoid determination by least-squares collocation using GRAVSOF. **International School for the determination and use of the Geoid.** Milan. 1994.

- 50 TORGE, W. **Geodesy**. Berlin. Walter de Gruyter. 1980.
- 51 VANICK, P. e KRAKIWSKY, E. J. **Geodesy: The concepts**. NHPC - Amsterdam, New York, Oxford. University of New Brunswick. Canadá. 1982.
- 52 ZOND, D. Robust estimation and optimal selection of polynomial parameters for the interpolation of GPS geoid heights. **Journal of Geodesy**. Springer-Verlag. V 71, 1997.
- 53 WELLS, D. E. et. alii. **Guide to GPS positioning**. Fredericton, Canadian GPS Associates, 1986.
- 54 WU. K., LIN, S-G. Leveling by GPS relative positioning with carrier phases. **Journal of Surveying Engineering**. New York. november 1996.