

## SUAVIZAÇÃO DE FEIÇÕES POR B-SPLINE

<sup>1</sup>ELIZEU MARTINS DE OLIVEIRA JUNIOR, <sup>1</sup>ÉRICO FERNANDO DE OLIVEIRA MARTINS, <sup>2</sup>ALUIR PORFÍRIO DAL POZ, <sup>1</sup>RODRIGO BRUNO ZANIN.

<sup>1</sup>Universidade do Estado de Mato Grosso - Unemat - FACIEX - Dep. Matemática, Sinop - MT

<sup>2</sup>Universidade Estadual Paulista - Unesp - FCT - Dep. Cartografia, Presidente Prudente - SP  
elizeu\_filho.jr@hotmail.com; {profericomartins, rodrigo.zanin}@unemat-net.br; aluir@fct.unesp.br

### ABSTRACT

The feature extraction methods can be classified as automatic and semiautomatic, according to the level of intervention required of the operator. In the case of extraction of roads, the semi-automatic methods are those in which the operator indicates seed points along the road, remaining the task of precise measurement to be carried out by computational algorithm of road extraction. This description may be indicated by delineation of borders or the axis, in both cases it results in a set of points which form polygonal lines. These points have a behavior which is not always geometrically describe an expected manner for this type of feature, presenting corners. This paper presents experiments using the smoothed curves for the third order parametric B- Splines, as a post-processing to be applied to the set of points describing its axis of the road. The results demonstrate a mean percent reduction of the RMS's of 40%.

**Key words:** Feature Extraction, Road Extraction, Smoothing B-Spline, Post-Processing.

### 1 INTRODUÇÃO

Diante da possibilidade em obter uma representação analítica de objetos sólidos abriu-se um leque de oportunidades de pesquisas e estudos na consolidada área de Computação Gráfica. Como algumas funções curvilíneas não podem ser descritas por expressões analíticas simples em toda sua extensão, foram desenvolvidas as curvas paramétricas *Bézier*, *Hermite*, *Spline*, *B-Spline* e *NURBS*.

Nas metodologias de extração de feições utilizadas em Fotogrametria e Visão Computacional, tais como as direcionadas à extração dos eixos das rodovias por estratégia de delineamento, os dados obtidos - conjunto de pontos - nem sempre apresentam um alinhamento geométrico (suavidade) satisfatório. Desta forma, se não for realizado um pós-processamento o resultado será um conjunto de pontos que poderá apresentar deslocamento e fragmentação, quebrando a esperada suavidade geométrica da feição por eles descrita (rodovias).

Um dos pós-processamento que pode ser realizado para reduzir esse deslocamento e fragmentação é utilizar os pontos extraídos como pontos de controle para um ajustamento por meio de curvas paramétricas *B-Spline*.

### 2 B-SPLINE

A família de curvas e superfícies B-Spline pode ser considerada como uma analogia entre a Spline clássica para com métodos da curva de Bézier. O objetivo desta comunhão foi encontrar uma aplicabilidade do método de Bézier que usa um polígono de controle para produzir uma forma tão bem controlada de um objeto e das formas de Spline de grau suave. (Rogers, 2001).

Inicialmente a Spline foi usada na engenharia naval na construção das quilhas, posteriormente tornou-se fundamentação teórica para o desenvolvimento de projetos industriais sofisticados. A Spline em sua concepção original era uma régua flexível que podia ser manipulada e direcionada para um contorno desejado.

A B-Spline é obtida através da interação de  $n + 1$  pontos de controle  $B_1, B_2, \dots, B_{n+1}$ , um vetor de nós  $t = \{t_1, t_2, \dots, t_{n+k+1}\}$  e da atribuição do grau  $(k - 1)$  ao polinômio resultante. Sua forma geral é dada por um conjunto de funções  $N_{i,k}(t)$  - *Blending Functions* - que combinam o efeito dos pontos de controle  $B_i$  e dos valores  $t_i$  atribuídos ao vetor de nós para gerar a curva. Isto pode ser verificado na equação:

$$S(t) = \sum_{i=1}^{n+1} N_{i,k}(t) B_i \quad (1)$$

Onde o parâmetro  $k$  controla a ordem da continuidade da curva e não deve ser maior que o número de pontos de controle. Portanto, as funções base  $N_{i,k}(t)$  são polinômios com continuidade  $C^{k-2}$ .

Apesar da B-Spline permitir alteração no grau das funções base e na ordem da curva resultante, independente do número de pontos de controle, este trabalho faz uso de polinômios cúbicos em suas funções.

Existem diferentes formas de expressar uma curva B-Spline. Essa formulação depende das condições de contorno nas extremidades e nos nós de fronteira entre cada segmento. As funções base recursivas B-Spline são dadas por:

$$N_{i,k}(t) = \left( \frac{t - t_i}{t_{i+k-1} - t_i} \right) N_{i,k-1}(t) + \left( \frac{t_{i+k} - t}{t_{i+k} - t_{i+1}} \right) N_{i+1,k-1}(t) \quad (2)$$

Estas funções permitem que cada vértice  $B_i$  modificado afete a forma da curva somente em uma faixa de valores de parâmetro em que a sua função base associada seja não-nula, assim em um período de nós  $[t_i, t_{i+1})$ , existem no máximo  $k + 1$  funções não-nulas de grau  $(k - 1)$  definindo o suporte local.

A B-Spline possui a propriedade normalizante - Convex Hull - que garante que a curva fique envolta ao seu polígono de definição. Além de possuir positividade total em suas funções. Estudos mais detalhados podem ser verificados em Piegl e Tiller (1997).

Algumas ferramentas interativas desta curva são: alteração do vetor de nós, do grau das funções base, do número e da posição dos vértices do polígono de controle, bem como o uso de vértices múltiplos ou coincidentes no polígono de controle e inserção de nós múltiplos.

### 3 EXPERIMENTOS E ANÁLISE

Nos experimentos foi utilizada a suavização por B-Spline implementada nas linguagens C/C++ no ambiente Microsoft Visual Studio 2008 Express.

As feições suavizadas nos experimentos são os eixos de alguns trechos de rodovias provenientes do processo de extração proposto por Martins (2010), sem o pós-processamento realizado pelo autor, consequentemente o conjunto de pontos que descreve cada feição apresenta um deslocamento que da à linha poligonal resultante um aspecto quebradiço.

A análise dos resultados baseou-se na avaliação visual (qualitativa) e no Erro Médio Quadrático - RMS (quantitativa) (GEMAEL, 1994). Após a aplicação da B-Spline foi notada uma melhora no aspecto visual dos eixos das rodovias, sendo que na Figura 1a, b os pontos atraídos pelo cruzamento (região destacada) foram suavizados localmente. Já na Figura 1c, d a região de curva que não apresentava originalmente um traçado suave foi corrigida sem prejudicar o trecho linear que a precede. A análise visual indicou uma melhora na suavidade dos eixos pós-processados.

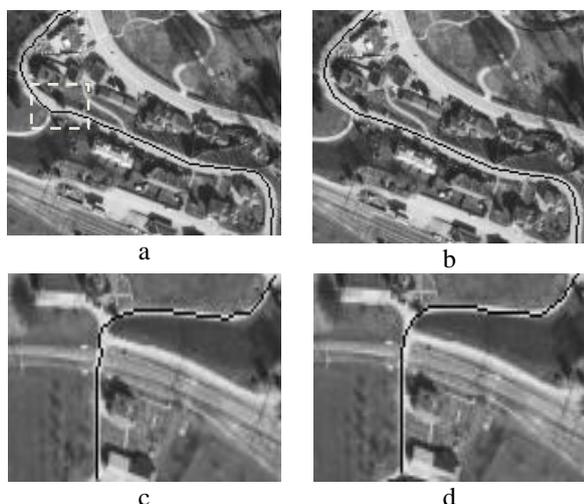


Figura 1 - (a,c) Eixos extraídos e (b,d) suavizados.

A Tabela 1 confirma os apontamentos da avaliação visual, havendo uma melhora na descrição dos eixos das rodovias decorrente da suavização por B-Spline. Nos experimentos realizados a redução percentual média nos RMS's foi de 40%.

Tabela 1 – Resultados numéricos dos eixos

| Figura | RMS sem suavização (m) | RMS com suavização (m) |
|--------|------------------------|------------------------|
| 1a,b   | 1,99                   | 1,11                   |
| 1c,d   | 0,57                   | 0,35                   |

Outra importante característica é a perspectiva de reduzir o número de pontos que descreve a feição, neste caso o eixo da rodovia. Na Figura 1a, b o eixo original era descrito por 49 pontos, que foram reduzidos para 23, já na Figura 1c,d a redução foi de 33 para 15 pontos, sem que houvesse prejuízo na descrição geométrica da rodovia.

### 4 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou como pós-processamento a suavização de feições que descrevem o eixo das rodovias, tendo como ferramenta a curva B-Spline, resultando em uma linha poligonal com menos "quinas", assemelhando sua geometria a da rodovia.

As análises visuais e numéricas indicaram a viabilidade da aplicação deste pós-processamento, com redução média do RMS em 40%, além da possibilidade de redimensionar a quantidade de pontos armazenados. Constatou-se que a aplicação da B-Spline em regiões mais convexas da rodovia, que apresentam maior ruído, torna-se uma boa opção, pois faz uso dos pontos sem necessariamente tocá-los, além de possuir suporte local.

Em trabalhos futuros, existe a previsão de realizar os testes para um grupo maior de experimentos, além de trabalhos de comparação entre diferentes tipos de curvas paramétricas.

### REFERÊNCIAS

- AZEVEDO, E.; CONCI, A. **Computação Gráfica: teoria e prática**, Campus - Rio de Janeiro, 2003, 384 p.
- GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas**. Curitiba: UFPR, 1994. 319p.
- MARTINS, E. F. O. **Extração semi-automática de rodovias no espaço-objeto: uso integrado de um estéreo par de imagens aéreas e um MDT**. FCT/Unesp, 2010, 97p.
- PIEGL, L.; TILLER, W. **The NURBS book**. Springer, New York, 1997.
- ROGERS, D. F. **An introduction to NURBS: with historical perspective**, Editora Elsevier. 2001, 324p.