

MONITORAMENTO DE ESTRUTURAS A PARTIR DO ESPECTRO DE WAVELETS DO EFEITO DO MULTICAMINHO

TAMIRIS TREVISAN NEGRI

Universidade Estadual Paulista - Unesp
Faculdade de Ciências e Tecnologia - FCT
Programa de Pós Graduação em Matemática Aplicada e Computacional, Presidente Prudente - SP
tamiris_negri@yahoo.com.br

ENIUCE MENEZES DE SOUZA

Universidade Estadual de Maringá - UEM
Centro de Ciências Exatas
Departamento de Estatística, Maringá - PR
eniuce@yahoo.com.br

RESUMO - Este artigo apresenta uma aplicação inovadora, em que as séries temporais do efeito do multicaminho provenientes de satélites GPS (*Global Positioning System*) são analisadas através do espectro de wavelets, com o intuito de avaliar e monitorar estruturas, sem a necessidade de acesso direto. Um experimento foi realizado simulando movimentos de uma estrutura e dados reais foram coletados para obter as séries temporais de multicaminho. Dados de pseudodistância e fase da onda portadora foram comparados na aplicação. A metodologia mostrou ser ideal para a detecção de movimentos nas estruturas, principalmente considerando as séries temporais de pseudodistância. Os resultados, embora iniciais, foram muito promissores, pois na escala mais suave do espectro de wavelets o movimento simulado foi detectado corretamente para todas as séries temporais de pseudodistância, considerando um nível de significância de 3%.

Palavras chave: Multicaminho, GPS, Wavelets, Monitoramento de Estruturas.

ABSTRACT – This paper presents an innovate application of low cost where the GPS multipath time series are analyzed using wavelet spectrum to assess and monitor structures without requiring direct access to them. An experiment simulating a structure movement was carried out and real GPS data was collected to acquire the multipath time series. Pseudorange and carrier phase data in the application were compared. The methodology has proved to be ideal for detection of structures movement, especially considering the pseudorange time series. The preliminary results were very promising because in smoother scale of wavelet spectrum the simulated movement could be correctly detected for all pseudorange time series considering a 3% significance level.

Key words: Multipath, GPS, Wavelets, Structure Monitoring.

1 INTRODUÇÃO

A cada dia, a necessidade de constante monitoramento de grandes estruturas é mais evidente, para que desastres ou situações de colapso possam ser evitados.

Para este monitoramento o GPS tem sido uma ferramenta muito utilizada (OGAJA et al, 2007). Em geral, grandes estruturas têm dois ou mais receptores instalados, além de outros sensores como acelerômetros, inclinômetros e anemômetros. Estações de referência ou redes de estações que operam continuamente também podem ser usadas nas proximidades (RIZOS et al, 2010).

Apesar dos avanços na tecnologia de posicionamento por satélite, ainda existem alguns obstáculos. Determinadas estruturas não possibilitam a instalação de um receptor diretamente na mesma, como é o caso de morros com risco de desabamento. Além disso, a qualidade das coordenadas estimadas depois do ajustamento das observações GPS é muito prejudicada pelo efeito do multicaminho que é causado devido à reflexão dos sinais até mesmo na própria estrutura.

Muitos estudos têm tentado mitigar este efeito (ROBERTS et al, 2002; SHENGXIANG et al, 2006; XIONG et al, 2004; ZHONG, 2008) com o objetivo de tentar obter um posicionamento mais acurado (OGAJA et

al, 2007; RIZOS et al, 2010). A eliminação completa do efeito do multicaminho é muito difícil, embora técnicas muito boas tenham sido desenvolvidas, principalmente algumas utilizando wavelets (SOUZA e MONICO, 2004; SOUZA, 2008; SOUZA et al, 2009.; LI et al, 2008).

Por um lado, o multicaminho ainda permanece como um obstáculo para o monitoramento de estruturas a partir da determinação de coordenadas, mas uma nova vertente está surgindo. Durante as pesquisas realizadas por Souza (2008), notou-se que o efeito do multicaminho quando analisado detalhadamente, tinha grande potencial para monitoramento de estruturas.

Neste sentido, este artigo apresenta uma aplicação inovadora em que o efeito do multicaminho ao invés de ser eliminado é analisado a fim de avaliar e monitorar o objeto refletor sem a necessidade de acesso direto à estrutura, pois o receptor não necessita ser instalado diretamente na mesma, bastando estar próximo a ela de modo que cause o efeito do multicaminho.

A análise deste efeito é motivada devido a duas importantes características. A primeira é que o multicaminho é altamente dependente/correlacionado com o ambiente, de maneira que depende do material do refletor, ângulo de elevação do satélite, distância do objeto refletor (estrutura) à antena do receptor GPS, dentre outros. A segunda é a repetibilidade diária. Se o receptor permanece estático e o ambiente inalterado, o multicaminho muda apenas devido ao movimento do satélite e, conseqüentemente, se repete em dias consecutivos.

Assim, se o efeito do multicaminho pudesse ser detectado, seria possível obter sinais ou séries temporais que se repetem diariamente caso o ambiente em questão não se altere. Uma vez detectada uma alteração nessas séries temporais a um determinado nível de significância, um deslocamento da estrutura avaliada seria indicado e as devidas providências poderiam ser tomadas. Vale ressaltar que se a estrutura pode ser monitorada indiretamente sem a necessidade de instalação de diversos receptores ou sensores, os custos e os riscos humanos e materiais podem ser drasticamente reduzidos.

Para detecção do efeito do multicaminho, as observações de pseudodistância e fase são ajustadas pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) recursivo para estimativa das coordenadas da posição da antena do receptor GPS (MONICO, 2008). No caso do posicionamento relativo, em que o processo de dupla diferenciação é adotado no modelo funcional, o efeito do multicaminho é “eliminado” nos resíduos da estimativa juntamente com os ruídos. Isso ocorre, pois devido à curta linha de base, os efeitos atmosféricos são praticamente cancelados, logo os efeitos mais significativos nos resíduos são provenientes do multicaminho (SOUZA, 2004; 2008). Assim, nessa pesquisa, o interesse é na série temporal dos resíduos com o efeito do multicaminho e não nas coordenadas estimadas.

Entretanto, em geral essa série temporal não representa claramente o efeito do multicaminho no domínio do tempo e nem sua correlação entre dias

consecutivos. Além disso, é proveniente de um processo estocástico não estacionário, embora possa ser considerada localmente estacionária, necessita de uma análise tanto no domínio do tempo como na frequência. Portanto, as wavelets tornam-se ideais nesse processo.

Na última década, as wavelets demonstraram ser viáveis para melhorar o monitoramento via GPS de movimentos de estruturas. Além de ser usada para reduzir o efeito do multicaminho, como mencionado, as wavelets apresentaram ótimo desempenho para evidenciar o efeito do movimento da estrutura tanto em séries temporais das coordenadas estimadas a partir do ajuste dinâmico de observações GPS (OGAJA et al, 2001), quanto para os dados originais (OGAJA et al, 2002). Neste último, as wavelets atuam como uma técnica de pré-processamento. Até o momento, a transformada de wavelets decimada (MALLAT, 1989) tem sido utilizada, o que atendia perfeitamente as pesquisas propostas. Entretanto, para o reconhecimento do padrão do efeito do multicaminho durante dias consecutivos, a invariância à translação, obtida com a wavelet discreta não-decimada (TWDND) (NASON e SILVERMAN, 1995; NASON et al, 1998) é muito importante.

Dessa forma, o objetivo principal é analisar o espectro de wavelets da TWDND das séries temporais de multicaminho considerando os dados de fase da onda portadora e pseudodistância durante dias consecutivos e, verificar qual destas observáveis tem melhor desempenho no reconhecimento do padrão desse efeito. Para a estimativa do espectro, calculou-se o periodograma a partir dos coeficientes wavelets obtidos pela TWDND. Os periodogramas foram comparados utilizando-se o coeficiente de correlação de Pearson (MONTGOMERY et al, 2006).

2 WAVELETS

Uma expansão em wavelets usa translações e dilatações a partir de uma única função $\psi \in L^2(\mathbb{R})$ chamada wavelet mãe, permitindo obter uma família de funções

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (1)$$

$a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$, em que a é o fator de dilatação e b o de deslocamento (DAUBECHIES, 1992). Considerando $a = 2^{-j}$ e $b = k2^{-j}, j \in \mathbb{R}$, existe ψ com boas propriedades de localização tempo-frequência, tal que $\psi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \psi(2^j x - k)$ constitui uma base ortonormal para o espaço de funções $L^2(\mathbb{R})$. A transformada de wavelets decimada discreta (TWD) de X fica escrita como:

$$d_{j,k} = \sum_{t=0}^{n-1} X_t \psi_{j,k}(t) \quad (2)$$

em que $X = (X_0, \dots, X_{n-1})'$ e $n = 2^J$ é o número de observações, com $j = J - 1$. A equação (2) é calculada para $j = 0, \dots, J - 1$ e $k = 0, \dots, 2^j - 1$, com $J \in \mathbb{Z}$ representando a escala mais fina, percorrendo n coeficientes d (MORETTIN, 1997).

A TWD é calculada através de um eficiente algoritmo desenvolvido por Mallat (MALLAT, 1989) que usa filtros discretos e decimação por 2 (*downsampling*). Este processo elimina as amostras pares ou ímpares de modo que no nível j tem-se metades dos coeficientes do nível $j + 1$. Aplicar uma decimação ímpar é equivalente a aplicar uma decimação par em dados transladados de 1 elemento. A escolha da decimação corresponde à escolha de uma origem, ou seja, a TWD depende da escolha da origem. Em algumas aplicações é necessário que o método não seja sensível à origem, ou seja, é preferível que seja invariante à translação, o que é conseguido com a transformada wavelet discreta não-decimada (TWDND), pois esta leva em consideração todos os elementos: pares e ímpares. Dessa forma um sinal é representado com o mesmo número de coeficientes em cada escala.

Tanto para a TWD quanto para a TWDND é necessário escolher uma wavelet mãe. Existem muitas alternativas para esta escolha. Os fatores que mais influenciam são geralmente suavidade, simetria, ortogonalidade e suporte compacto. Algumas das mais utilizadas são Daubechies, Symmlets e Coiflets. Cada uma destas bases wavelet pode ser criada com um número diferente de momentos nulos. Uma wavelet ψ tem p

momentos nulos se $\int_{-\infty}^{\infty} x^k \psi(x) dx = 0, 0 \leq k < p$. Nesta pesquisa foi utilizada a base Symmlets com 10 momentos nulos.

Para a obtenção do periodograma de wavelets, o qual é um estimador do espectro de wavelets, deve-se, primeiramente, calcular a TWD/TWDND em relação à ψ para obter os coeficientes $d_{j,k}$. A partir desses coeficientes o periodograma pode ser calculado por

$$I_{j,k}^{\psi} = (d_{j,k,n}^{\psi})^2. \quad (3)$$

Assim como no periodograma clássico, o periodograma wavelet tem variância assintótica não-nula e precisa ser suavizado para obter consistência. Tal problema pode ser contornado utilizando periodogramas suavizados por métodos de limiarização não lineares (DONOHO e JOHNSTONE, 1994; NASON et al, 1998).

3 EXPERIMENTOS E RESULTADOS

Para avaliar a efetividade da metodologia proposta, foi realizado um experimento simulando deslocamentos. Um receptor Trimble 4600 LS de simples frequência foi colocado no terraço do Laboratório de Geodésia Espacial (LGE) na FCT/UNESP em Presidente Prudente, distando

aproximadamente 25 m da estação PPTE da RBMC (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo), a qual foi utilizada como base para o posicionamento relativo (MONICO, 2008). O receptor foi colocado diretamente na laje e os dados foram coletados entre as 11 e 12 horas (local) de 28/08/2004 a 01/09/2004.

Para causar propositalmente o efeito do multicaminho, mas de maneira que fosse possível simular um deslizamento, foi colocada uma placa de ferro de 1,2 x 3,0 metros a 10 cm de distância da antena do receptor. Os dados de fase da onda portadora e pseudodistância foram coletados por dois dias consecutivos.



Figura 1 - Placa de ferro de 1,2 x 3,0 metros a 10 cm de distância da antena do receptor.

Posteriormente, a placa foi deslocada para 50 cm de distância da antena do receptor e a coleta também foi feita por dois dias consecutivos, de forma que fosse possível analisar a repetibilidade do efeito do multicaminho nas séries temporais.



Figura 2 - Placa deslocada para 50 cm de distância da antena do receptor.

Na Figura 3 é ilustrado um esquema que representa o experimento realizado para simular o deslocamento de uma estrutura (objeto refletor representado como uma placa de ferro).

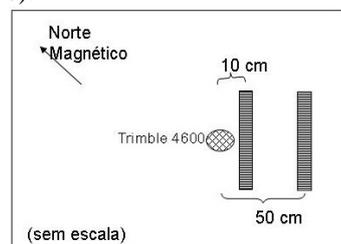


Figura 3 – Representação esquemática do experimento.

No processamento dos dados GPS referente à linha de base LGE-PPTE, adotou-se o satélite 09 como satélite base por ter alto ângulo de elevação (75° a 80°) para formar as 6 duplas diferenças (DD) com os demais

satélites (04, 05, 17, 24, 30, 06). O período de processamento foi de aproximadamente meia hora, em que se tinha o maior número de satélites visíveis.

A partir dos dados coletados e processados, foram obtidas as 12 séries temporais (6 das observações de fase e 6 de pseudodistância) dos resíduos provenientes das DDs com relação ao satélite base. Em seguida, aplicou-se a TWDND nas séries temporais dos resíduos para a obtenção dos coeficientes wavelets, considerando-se a família de wavelets Symmlets com 10 momentos nulos.

Para verificação da efetividade da metodologia proposta, foram calculados os espectros de wavelets estimados usando o periodograma a partir das séries temporais de multicaminho. Para ilustrar os resultados, escolheu-se a série temporal de resíduos da DD09-04, pois o satélite 04 está em baixo ângulo de elevação e é um dos mais propícios a causar reflexões na placa (efeito do multicaminho). Entretanto, os resultados numéricos serão apresentados para todas as séries temporais.

As Figuras 4 e 5 apresentam os periodogramas das séries temporais dos resíduos da pseudodistância e fase da onda portadora, respectivamente.

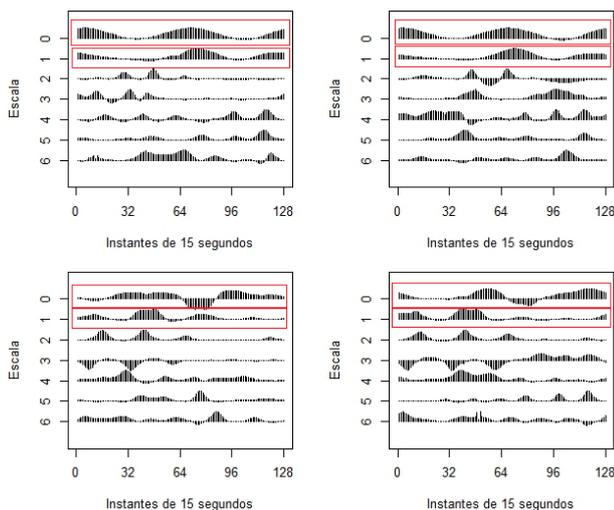


Figura 4 - Periodogramas das séries temporais de multicaminho de dois dias consecutivos antes do deslizamento (gráficos superiores) e de dois dias consecutivos após o deslizamento (gráficos inferiores), considerando-se a DD09-04 e a pseudodistância.

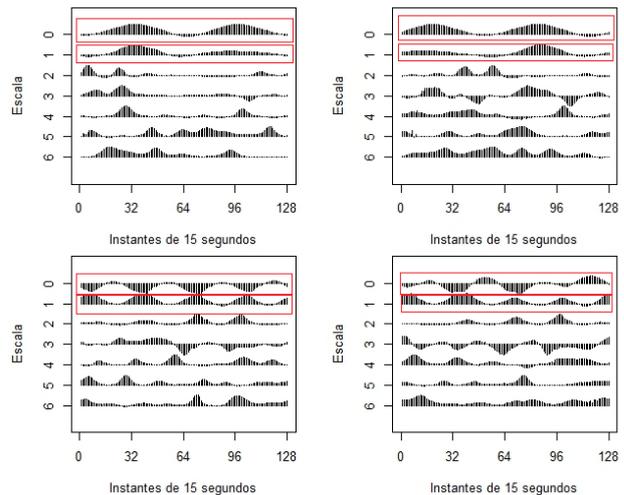


Figura 5 - Periodogramas das séries temporais de multicaminho de dois dias consecutivos antes do deslizamento (gráficos superiores) e de dois dias consecutivos após o deslizamento (gráficos inferiores), considerando-se a DD09-04 e a fase da onda portadora.

Observando os espectros nas escalas mais suaves (0 e 1) nas Figuras 4 e 5 é possível perceber um padrão que se repete nos dois dias consecutivos em que não houve alteração no cenário do experimento. Isso era esperado, pois as escalas mais suaves representam a “assinatura” do efeito do multicaminho de baixa frequência. As escalas mais finas são referentes aos efeitos de alta frequência e ruídos. Esse comportamento foi similar para as demais séries temporais.

O próximo passo é realizar o reconhecimento do padrão do efeito do multicaminho gerado a partir da estrutura, o qual pode ser feito de várias maneiras. A mais simples é pelo cálculo dos coeficientes de correlação dos periodogramas, nas escalas mais suaves. As Tabelas 1 e 2 apresentam os resultados obtidos. Os pvalores referem-se ao nível descritivo do teste estatístico de correlação de Pearson, que verifica se a correlação é positiva a um nível de significância de 3%.

Tabela 1 - Correlação entre os espectros wavelet (escala 0) para as séries temporais provenientes dos dados GPS de pseudodistância.

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD09-04	0,66	< 0,001	-0,24	0,99*	0,97	< 0,001
DD09-05	0,07	0,21	-0,98	0,99*	0,98	< 0,001
DD09-17	0,69	< 0,001	0,05	0,30*	0,54	< 0,001
DD09-24	0,44	< 0,001	-0,72	0,99*	0,97	< 0,001
DD09-30	0,99	< 0,001	-0,06	0,74*	0,43	< 0,001
DD09-06	0,54	< 0,001	-0,27	0,99*	0,99	< 0,001

Tabela 2 - Correlação entre os espectros wavelet (escala 1) para as séries temporais provenientes dos dados GPS de pseudodistância.

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD09-04	0,87	< 0,001	-0,27	0,99*	0,92	< 0,001
DD09-05	0,27	< 0,001	-0,39	0,99*	0,80	< 0,001
DD09-17	0,75	< 0,001	0,32	< 0,001	0,77	< 0,001
DD09-24	0,57	< 0,001	-0,57	0,99*	0,83	< 0,001
DD09-30	0,98	< 0,001	0,17	0,03*	0,55	< 0,001
DD09-06	0,51	< 0,001	-0,38	0,99*	0,94	< 0,001

Tabela 3 - Correlação entre os espectros wavelet (escala 0) para as séries temporais provenientes dos dados GPS de fase.

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD09-04	0,19	0,02	-0,07	0,79*	0,79	< 0,001
DD09-05	0,84	< 0,001	-0,69	0,99*	0,97	< 0,001
DD09-17	0,99	< 0,001	-0,67	0,99*	0,99	< 0,001
DD09-24	0,99	< 0,001	0,99	< 0,001	0,99	< 0,001
DD09-30	-0,36	0,99	-0,46	0,99*	0,91	< 0,001
DD09-06	0,73	< 0,001	0,88	< 0,001	0,93	< 0,001

Tabela 4 - Correlação entre os espectros wavelet (escala 1) para as séries temporais provenientes dos dados GPS de fase.

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD09-04	0,07	0,21	-0,07	0,78*	0,85	< 0,001
DD09-05	0,76	< 0,001	-0,11	0,90*	0,97	< 0,001
DD09-17	0,99	< 0,001	-0,09	0,85*	0,99	< 0,001
DD09-24	0,98	< 0,001	0,91	< 0,001	0,98	< 0,001
DD09-30	0,49	< 0,001	0,24	0,01	0,94	< 0,001
DD09-06	0,68	< 0,001	0,86	< 0,001	0,94	< 0,001

Através das Tabelas 1 a 4 é possível observar que existe uma correlação forte entre os dados dos dias antes do movimento e após o movimento. No entanto, durante o movimento perde-se esta correlação positiva entre os dias devido ao efeito do multicaminho. O (*) nas Tabelas indica o alerta de movimento da estrutura monitorada. Nota-se que para a pseudodistância na escala 0, o alerta foi detectado a partir de todas as séries temporais. Na escala 1, o alerta não foi indicado para apenas uma série temporal. Já para as séries temporais de fase, o alerta foi detectado somente para 4 séries temporais na escala 0 e para 3 séries temporais na escala 1. Isso é esperado, pois o movimento está sendo detectado apenas pelo efeito do multicaminho e este efeito é bem mais significativo para a pseudodistância, o que facilita sua detecção.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo foi apresentada uma nova metodologia para o monitoramento de estruturas através do espectro de wavelets das séries temporais de

multicaminho de sinais GPS analisando dados de pseudodistância e fase da onda portadora.

Observou-se que para os dados de pseudodistância o movimento da estrutura é detectado corretamente para todas as séries temporais na escala mais suave (escala 0). Já para os dados de fase a detecção do movimento na estrutura é mais difícil, devido ao efeito do multicaminho na fase ser bem menor que na pseudodistância. Dessa forma a metodologia proposta para o reconhecimento de padrões de séries temporais está se mostrando viável em termos práticos e econômicos para um monitoramento eficaz de deslocamento de estruturas, incluindo aquelas de difícil acesso e que não possibilitam a instalação direta de equipamentos.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho está sendo desenvolvido com apoio da CAPES mediante atribuição de bolsa de mestrado à primeira autora.

REFERÊNCIAS

- DAUBECHIES, I. **Ten Lectures on Wavelets**. SIAM, Philadelphia, PA, 1992. 357p.
- DONOHO, D. L.; JOHNSTONE, I. M. Ideal Spatial Adaptation by Wavelet Shrinkage. *Biometrika*, v.81, p.425-455, 1994.
- LI, X.; DAI, W.; CHEN, Y.; ZHU, J.; LI, L. **GPS dynamic deformation analyse based on wavelet transform**. Science of Surveying and Mapping 2008-06. 2008.
- MALLAT, S. G. **A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation**. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, v.11, n.7, 1989.
- MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS: Descrição, fundamentos e aplicações**. UNESP, São Paulo, 2008.
- MONTGOMERY, D. C.; PECK, E. A.; VINING, G. G. **Introduction to Linear Regression Analysis**. John Wiley and Sons, 2006.
- MORETTIN, P. A. **Wavelets in Statistics**. Reviews of The Institute of Mathematics and Statistics of The University of Sao Paulo, 1997, v.3(2), p.211-272.
- NASON, G. P.; SILVERMAN, B. W. **The stationary wavelet transform and some statistical applications**. In: Lecture Notes in Statistics, Springer-Verlag, New York, 103, pp. 281-299, 1995.
- NASON, G. P.; von SACHS, R.; KROIDSANT, G. Wavelet processes and adaptive estimation of the evolutionary wavelet spectrum. *Journal of the Royal Statistical Society*, v.62, p.271-292, 1998.
- OGAJA, C.; RIZOS, C.; WANG, J.; BROWNJOHN, J. **Towards the implementation of online structural monitoring using RTK-GPS and analysis of results using the wavelet transform**. 10th FIG Int. Symp. on Deformation Measurements pp. 284-293. 2001.
- OGAJA, C.; WANG, J.; RIZOS, C. **Principal component analysis of wavelet transformed GPS data for deformation monitoring**. In: J A, Schwarz K (eds) Vistas for Geodesy in the New Millennium, Spinger-Verlag, vol 125, pp. 341-346. 2002.
- OGAJA, C.; LI, X.; RIZOS, C. Advances in structural monitoring with global positioning system technology: 1997-2006. *Journal of Applied Geodesy* 1(3):171-179, 2007.
- PERCIVAL, D.B.; WALDEN, A.T. **Wavelet Methods for Time Series Analysis**. Cambridge, Cambridge University Press, 2000.594p.
- RIZOS, C.; van CRANENBROECK, J.; LUI, V. **Advances in GNSS-RTK for structural deformation monitoring in regions of high ionospheric activity**. In: FIG Congress 2010: Facing the Challenges - Building the Capacity. 2010.
- ROBERTS et al. **Geodetic Signal Diagnosis and its applications to structural deformation**. Symposium on Geodesy for Geotechnical and Structural Engineering, 2002.
- SHENGXIANG, H.; XIANGSHENG, J. e BAOSEN, Y. Characteristics of multipath effects in GPS dynamic deformation monitoring. *Geo-Spatial Information Science*, v.9, n.2, p.79-83, DOI: 10.1007/BF02826929, 2006.
- SOUZA E.M., MONICO J.F.G Wavelet shrinkage: High frequency multipath reduction from GPS relative positioning. *GPS Solutions* 8(3):152-159, 2004.
- SOUZA, E. M. **Efeito do multicaminho de alta frequência no posicionamento relativo GPS estático**. 2004. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual do Estado de São Paulo, Presidente Prudente.
- SOUZA, E. M. **Análise wavelet: detecção e redução do multicaminho no posicionamento relativo GPS estático e cinemático**. 2008. Tese (Doutorado em Ciências Cartográficas) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual do Estado de São Paulo, Presidente Prudente.
- SOUZA, E. M.; MONICO, J. F. G.; PAGAMISSE, A. **GPS satellite kinematic relative positioning: Analyzing and improving the functional mathematical model using wavelets**. Mathematical Problems in Engineering, pp. 1-19. 2009.
- XIONG, Y. L.; DING, X. L.; DAI, W. J.; CHEN, W.; HUNAG, D. F. **Mitigation of multipath effects based on GPS phase frequency feature analysis for deformation monitoring applications**. In: 17th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2004), pp. 268-276. 2004.
- ZHONG, P. **Study of GPS multipath effects for structural deformation monitoring**. PhD thesis, The Hong Kong Polytechnic University. 2008.