

# ASSOCIAÇÃO DA ASTRONOMIA AO GPS/NIVELAMENTO NA DETERMINAÇÃO DA ALTURA GEOIDAL

JOSÉ MILTON ARANA<sup>1</sup>

DANIEL ARANA<sup>2</sup>

Universidade Estadual Paulista - Unesp  
Faculdade de Ciências e Tecnologia - FCT

<sup>1</sup>Departamento de Cartografia, Presidente Prudente – SP

<sup>2</sup>Curso de Graduação em Engenharia Cartográfica FCT/Unesp

[arana@fct.unesp.br](mailto:arana@fct.unesp.br)

[daniel\\_arana1@hotmail.com](mailto:daniel_arana1@hotmail.com)

**RESUMO** – É indispensável o conhecimento das alturas geoidais para a determinação das altitudes com a utilização do GNSS. As altitudes proporcionadas pelo sistema GNSS são as geométricas, possuem apenas significado matemático, e as ortométricas, utilizadas em obras de engenharias (mapeamento, distribuição de água, saneamento básico, irrigação, planejamento urbano, etc), possuem significado físico. Estes dois sistemas de altitudes, geométrica e ortométrica, estão relacionados pela ondulação geoidal. Nesta pesquisa utilizou-se do modelo geopotencial Earth Gravity Model 2008 – EGM2008, que proporcionou ondulação do geóide com acurácia de 0,25 m. Com o objetivo de contribuir com a melhoria desse nível de exatidão, realizou-se levantamentos GNSS em Referências de Nível – RRNN, pertencentes à Rede de Nivelamento Fundamental do Brasil RNFB, assim, possibilitando a determinação da altura geoidal, aqui denominada por GPS/nivelamento. Finalmente, selecionou-se algumas RRNN para a determinação das componentes do desvio da vertical e a consequente determinação da ondulação geoidal utilizando-se do método Astro-Geodésico.

**Palavras chave:** Astronomia, Geóide, Altimetria.

**ABSTRACT** – It is indispensable the knowledge of the geoid heights for the determination of altitudes with the GNSS use. The heights provided by the GNSS are geometric, has only mathematical significance, and orthometric, used in engineering works (mapping, water supply, sanitation, irrigation, urban planning, etc.), have a physical meaning. These two systems altitudes, geometric and orthometric, are related by the geoidal undulation. This research was used the Earth Gravity Model 2008 - EGM2008, which provided the geoid undulation with an accuracy of 0,25 m. With the purpose of contribute to improving this level of accuracy, was carried out in GNSS surveying bench marks - RRNN, belonging to the Network Basic Leveling RNFB of Brazil, thus enabling the determination of the geoid height, here called GPS/leveling . Finally, are some selected RRNN for determining the deviation of vertical components and consequent determination of the geoid undulation using the method Astro-Geodetic.

**Key words:** Astronomy, Geoid, Altimetry.

## 1 INTRODUÇÃO

O *Global NAVigation System with Time And Ranging/Global Positioning System* - NAVSTAR/GPS, este termo foi substituído por *Global Navigation Satellite System* – GNSS, mais abrangente, pois engloba os sistemas GPS, *Global Orbiting Navigation Satellite System* – GLONAS, Galileu entre outros (ALVES, et al.,2010). O GPS é um sistema de rádio-navegação, desenvolvido e realizado pelo *United States Department of Defense* da *National Aeronautical Space Administration* - NASA (GEMAEL, ANDRADE, 2004).

O mesmo, além de ser amplamente usado em levantamentos geodésicos, topográficos, e nos mais diversos usos de posicionamentos e em navegação, obteve um rápido crescimento em aplicabilidade e popularidade no uso em posicionamento e em navegação.

Mas ao lado das novas possibilidades proporcionadas pelo GPS, surgiram novas dificuldades. Proporcionado com o GNSS. O posicionamento relativo com alta precisão na altimetria tem a necessidade de um melhor conhecimento das ondulações do geóide, de modo a compatibilizar a determinação da altitude geométrica com a altitude ortométrica e então, com o advento do

GPS, o conhecimento do geóide deixou de ser importante no posicionamento horizontal, mas tornou-se importantíssimo no posicionamento vertical (SÁ, 1993).

A forma do geóide está diretamente relacionada ao campo da gravidade da Terra, no entanto o elipsóide é uma superfície matemática, com a forma e dimensões próximas ao geóide, é utilizada em levantamentos geodésicos como superfície de referência no posicionamento horizontal. Estas superfícies, geralmente, não são coincidentes e nem paralelas, a separação entre a superfície do geóide e a do elipsóide é denominada como ondulação ou separação geoidal, esta separação pode atingir até dezenas de metros, a inclinação dessas superfícies, em casos extremos é de até 1' (um minuto de arco) (GEMAEL, 1999).

Na grande maioria de obras de engenharia e em levantamentos geodésicos ou topográficos, utilizam-se da altitude ortométrica (altitude referenciada ao geóide, este definido como sendo a superfície equipotencial do campo da gravidade que mais se aproxima do nível médio dos mares não perturbados), mas atualmente, o principal impedimento do uso do GNSS, com relação à altimetria, está na dificuldade da transformação das altitudes proporcionadas pelo sistema (altitudes geométricas) em altitudes ortométricas, (BIRARDI et al. 1995) ou seja, especificamente no conhecimento da ondulação geoidal. Todavia esta transformação envolvendo a altitude geométrica e a ondulação do geóide no ponto considerado constitui-se numa operação simples, como mostrado na equação (01). A relação entre essas grandezas está melhor representada na figura 01.

$$H = h - N \quad (01)$$

onde:

H - representa a altitude ortométrica, no ponto;

h - altitude geométrica e;

N - ondulação do geóide.

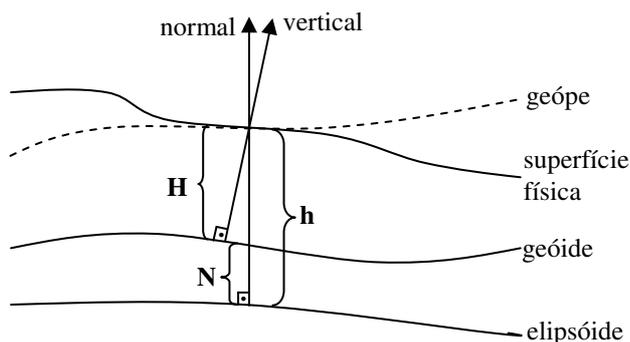


Figura 1: Altitudes geométrica e ortométrica

A ondulação do geóide pode ser determinada por diferentes técnicas, por exemplo: gravimetria; modelos do geopotencial; observações astronômicas associadas aos levantamentos geodésicos; e utilizando-se do posicionamento GNSS em pontos com altitudes ortométricas conhecidas.

Dos métodos e trabalhos para a determinação da altitude ortométrica, ou ondulações geoidais, com a utilização do GNSS (ARANA, 2000; BIRARDI et al.,

1995; FIELDER, 1992; VERONEZ et al., 2002; ALSALMAN, 1999; ZHAN-JI e YONG-QI, 1999; YANALAK and BAYKAL, 2002; MERRY et al., 1998; PARKS, 1999), cada um deles apresentando suas inerentes vantagens e desvantagens.

Para explorar as potencialidades do GNSS, com relação à altimetria, faz-se necessário que se conheça a altura geoidal, e que esta tenha acurácia compatível com a altitude fornecida pelo GNSS. Nesta pesquisa, as ondulações geoidais foram realizadas por três procedimentos distintos: com rastreamento GPS nas RRNN; com o uso do modelo geopotencial EGM2008; e com a utilização do método Astro-Gravimétrico

## 1.1 Objetivo geral

Determinar as ondulações do geóide na Região de Presidente Prudente, utilizando-se do modelo geopotencial EGM2008, da integração do GNSS ao nivelamento e da utilização da técnica Astro-Geodésico.

## 1.2 Objetivos específicos

Os objetivos principais deste projeto são as determinações das ondulações do geóide com uso do GPS associado ao nivelamento geométrico (RRNN), com uso do modelo geopotencial EGM2008 e com uso da Astronomia associada ao GPS, e apresentar a metodologia de determinação da ondulação do geóide, que poderá ser aplicada em qualquer região, visando uma melhor precisão das ondulações geoidais que as proporcionadas por geóides gravimétricos ou pelos modelos do geopotencial, possibilitando a melhoria da qualidade das altitudes ortométricas determinadas com o sistema GNSS.

## 1.3 Justificativa e relevância do tema

Um inconveniente comum à maioria dos métodos na determinação das ondulações com uso de modelos geopotenciais está na "incerteza" superior às aceitáveis nos nivelamentos (ARANA, 2000).

## 2 DETERMINAÇÃO DE N PELO MÉTODO ASTRO-GEODÉSICO

Nos levantamentos astronômicos, executados sobre a superfície da Terra, a vertical passante neste ponto é influenciada por elementos tais como: a não homogeneidade da Terra (distribuição de massas topográficas), geologia, reologia, movimentos da Terra e outros. Desta forma em um dado ponto não serão necessariamente coincidentes a vertical e a normal, a então separação destas grandezas é conhecida por desvio da vertical ou deflexão da vertical. Esse pode ser calculado pela comparação das coordenadas astronômicas e as geodésicas. Ressalta-se, porém, que neste método de determinação da ondulação geoidal tem o caráter relativo, pois o desvio da vertical "mede" a inclinação do geópe passante pelo ponto e o elipsóide.



$$\Delta N = R (\bar{\xi} \Delta\phi + \bar{\eta} \Delta\lambda \cos(\phi)) \quad . \quad 14$$

Simplificando de uma forma mais pratica a equação acima pode assumir:

$$R = 6371 \times 10^5 \text{ cm} = R \text{ sen}(1') \text{ sen}(1'') = 0,9 \quad . \quad 15$$

Exprime  $\Delta\phi$  e  $\Delta\lambda$  em minutos de arco:

$$\Delta N = 0,9 (\bar{\xi}'' \Delta\phi' + \bar{\eta}'' \Delta\lambda' \cos(\phi)) \quad . \quad 16$$

Fazendo:

$$S \cos(\alpha) = m \text{ e } S \text{ sen}(\alpha) = p, \text{ tem-se:}$$

$$\Delta N = (\bar{\xi}m' + \bar{\eta}p') \text{ sen}1'' \quad . \quad 17$$

Com isso,  $\Delta N$  fica expresso na mesma unidade de m e p.

Segundo GEMAEL (1988), este tipo de nivelamento astronômico, é extremamente simples se houvesse uma boa rede de pontos de Laplace, onde é fornecida curvas de formas e não curvas de nível, pois a altitude geoidal inicial tem que ser arbitrado.

### 3 DESENVOLVIMENTO

#### 3.1 Considerações Iniciais

Com a finalidade de atingir os objetivos deste projeto, selecionou-se RRNN da região de Presidente Prudente-SP para a realização dos experimentos de campo, onde as referências de nível pertencem à Rede de Nivelamento Fundamental do Brasil - RNFB (altitudes determinadas pelo IBGE). Onde foram sendo aplicadas as recomendações de ARANA (2000).

Na figura 4, destaca-se a região onde estão sendo executados os experimentos práticos.

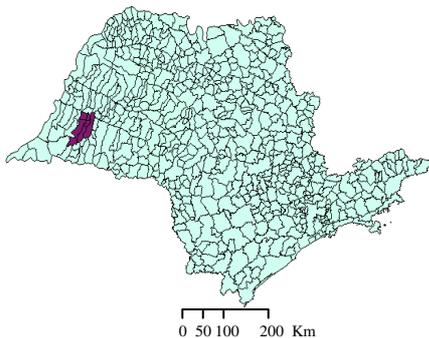


Figura 4 – Localização da região de estudo

Para os rastreamentos das RRNN utilizou-se equipamento de dupla frequência, disponíveis na FCT/UNESP, e da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo – RBMC, estação UEPP.

#### 3.2 GPS/nivelamento

Realizou-se o planejamento para a execução dos rastreamentos das RRNN, onde foram consideradas as recomendações de ARANA (2000), com aproximadamente 1h 00min de tempo de rastreo para cada RN com intervalo de 15s para a coleta dos dados GPS. Foi utilizado o equipamento Ashetech, modelo ZXII, o qual possui a capacidade de rastrear as portadoras L1 e L2.

No processamento dos dados GPS foram utilizadas as efemérides precisas, divulgadas pelo IGS, e utilizadas as coordenadas da RBMC, estação UEPP (Presidente Prudente).

As estações excêntricas das RRNN foram implantadas onde houve a necessidade à uma distância máxima de 40 m da RN. Estas foram escolhidas de modo a eliminar possíveis bloqueios dos sinais causados por construções civis ou por vegetações próximas à RN, ou ainda por reflexos indesejáveis geradores de multicaminhos (multipath). Os desníveis entre as estações excêntricas e as RRNN foram determinados por nivelamento geométrico, onde executou-se o nivelamento e contra-nivelamento. Nestas estação onde houve a necessidade de mais de um lance, cuidados foram tomados para que o comprimento dos lances fossem aproximadamente iguais. A maior discrepância aceita entre o nivelamento e contra nivelamento foi de 2 mm.

Considerando que as distâncias das RRNN mais afastadas da Estação UEPP, estação pertencente à Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo – RBMC (considerada como estação conhecida no processamento GPS) são de aproximadamente 20 km, e experiências em trabalhos que envolvem levantamentos GPS (ARANA 2000), verificou-se que 50 minutos de rastreamento nestas RRNN seriam suficientes para obter resultados com solução da ambiguidade.

#### 3.4 Nivelamento Astro-Geodésico

O valor do desvio da vertical pode ser calculado pela comparação das coordenadas astronômicas e as geodésicas. Ressalta-se porém que neste método de determinação da ondulação geoidal tem o caráter relativo, pois o desvio da vertical “mede” a inclinação do geópe passante pelo ponto e o elipsóide.

Dentre os vários métodos de determinação das coordenadas astronômicas por observações às estrelas, devido às circunstâncias favoráveis, optou-se pelo método de Sterneck para a determinação da latitude, pelo método da distância zenital das estrelas nas proximidades do primeiro vertical, e ainda utilizou-se do método de determinação simultânea da latitude e longitude astronômica por observação às estrelas num mesmo almicantarado, utilizando-se da metodologia apresentada em ARANA(1991).

## 4 RESULTADOS

Apresenta-se, neste Capítulo as variações os resultados dos processamentos dos dados GNSS, das ondulações determinadas por GPS/nivelamento, das determinadas pelo modelo EGM2008, os resultados da determinação da latitude pelo método de Sterneck e os resultados da longitude por observação às estrelas no primeiro vertical, os desvios da vertical e finalmente as ondulações determinadas pelo método astro-gravimétrico.

### 4.1 Ondulações geoidais das RRNN

A Tabela 1, que segue, contém na primeira coluna a denominação das RRNN, na segunda coluna contém a altitude geométrica, na terceira a altitude ortométrica e na quarta a ondulação determinada pela diferença de altitude geométrica e ortométrica.

Tabela 1 – Ondulações GPS/nivelamento

RN	h (m)	H (m)	N-GPS/niv. (m)
3117v	436,723	441,7530	-5,0300
1525xe	418,401	423,0545	-4,6535
1526n	422,995	427,7544	-4,7594

### 4.2 Discrepâncias GSP/nivelamento e EGM2008

A Tabela 2 contém na primeira coluna a denominação da RN, na segunda a altura geoidal determinada pelo GPS/nivelamento (no sistema WGS84), na terceira coluna contém a ondulação determinada pelo EGM2001, e a quarta coluna contém as diferenças das alturas geoidais determinadas pelo GPS/nivelamento e pelo EGM2008.

Tabela 2 – Discrepância GPS/nivelamento e EGM2008

RN	$N_{GPS/niv.}$ (m)	$N_{EGM2008}$ (m)	$N_{GPS}-N_{EGM}$ (m)
3117v	-5,0300	-4,935	-0,0950
1525xe	-4,6535	-4,769	0,1155
1526n	-4,7594	-4,950	0,1906

Constata-se que a maior discrepância encontra-se na RN 1526N (19,06 cm). Esta RN é a que se encontra na cidade de Presidente Bernardes.

### 4.3 Ondulações Astro-gravimétricas

Tabela 3 – Coordenadas astronômicas das RRNN

Estação	Latitude Astron.	Longitude Astron.
P. Prudente	22°07'18,8" S	51°24'23,0" W
Álv. Machado	22°04'31,2" S	51°27'57,8" W
Pres. Bernardes	22°00'28,9" S	51°33'07,3" W

Tabela 4 – Coordenadas Geodésicas (WGS84)

Estação	RN	Latitude	Longitude
P. Pruden.	3117 V	22°07'21,1" S	51°24'28,1" W
Á. Mach.	1526 Xe	22°04'36,2" S	51°28'04,6" W
P. Bernar.	1526 N	22°00'24,2" S	51°33'14,6" W

Tabela 5 – Componentes do Desvio da Vertical (Astros-Geodésicos)

Estação	Componente 1º Vertical	Componente Meridiana
P. Prudente	2,3"	4,7"
Á.Machado	5,0"	6,3"
P.Bernardes	-4,7"	9,3"

Tabela 6 – Azimute entre as estações

Linhas	Azimute (sul)	Azimute (norte)	Distância (m)
P.Prudente – Á. Machado	129°24'	309°25'	8.030,0
Á. Machado – P. Bernardes	131°14'	311°14'	11.601,0
P. Prudente- P. Bernardes	130°29'	310°29'	19.657,0

Com uso dos elementos da tabela 6, determinou-se as variações das ondulações geoidais ( $\Delta N$ ) entre as estações, gerando a tabela 7. Nesta contém em sua primeira coluna as estações que formam a "linha", na segunda coluna a diferença de ondulações determinadas pelo método Astro-Geodésico, na terceira a diferença de ondulações determinadas pelo GPS/nivelamento e na quarta coluna a discrepância entre as diferenças determinadas pelos dois distintos métodos.

Tabela 7 – Ondulações Astro-Geodésico e GPS/nivelamento

Linhas	$\Delta N_{Astro-Geod.}$ (m)	$\Delta N_{GPS/niv.}$ (m)	Discrepâncias $\Delta N$ (m)
P.Prudente Á.Machado	0,023	-0,3765	0,3995
Á.Machado P.Bernardes	0,283	0,1029	0,1801
P.Prudente P.Bernardes	0,520	-0,2706	0,7906

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho apresenta uma sistemática para a determinação das componentes do desvio da vertical e a partir destas os desvios astro-geodésicos. Na determinação das componentes do desvio da vertical, as RRNN estão separadas, aproximadamente, 10 km uma da

outra, esta sistemática, conforme apontada no desenvolvimento deste trabalho, pode ser facilmente reproduzida por usuários.

Os resultados apresentados nas RRNN de estudo não foram animadores, pois na tabela 7 constata-se que as discrepâncias das variações das ondulações determinadas pelo GPS/nivelamento e por astro-geodésico aumentam significativamente com o aumento da separação destas RRNN. Constata-se que a discrepância relativa à RN de Presidente Prudente e à RN de Presidente Bernardes é de 0,7906 m.

O principal objetivo deste trabalho foi atingido, determinação das coordenadas astronômicas nas RRNN, cálculo dos desvios das componentes do desvio da vertical e a determinação dos desvios astro-geodésicos.

Os resultados obtidos estão totalmente justificados em vista da precisão dos equipamentos e métodos empregados, demonstrando a eficiência do método. Estes resultados sugerem que a presente metodologia seja aplicada a regiões mais extensas, onde existam informações similares, tais como as rede GPS estaduais de alta precisão onde os pontos, pertencentes a estas redes possuam altitudes determinadas por nivelamento geométrico.

## BIBLIOGRAFIA

- ALSALMAN, A. S. A. (1999). Evaluation the Accuracy of Differential, Trigonometric and GPS Leveling. Surveying and Land Information System. Journal of the American Congress on Surveying and Mapping. v 59. n1.
- ARANA, J. M. (2000). O uso do GPS na elaboração de Carta Geoidal. Tese de doutorado. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Setor de Ciências da Terra, da Universidade Federal do Paraná-UFPR.
- \_\_\_\_\_. (1991). Comparação de Métodos na Astronomia de Alta Precisão: Mayer, Sterneck e Determinação Simultânea. Dissertação de Mestrado. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Setor de Ciências da Terra, da Universidade Federal do Paraná UFPR.
- ALVES, C. M. D.; ROMAO, V. M. C; MONICO, J. F. G; GARNÉS, S. J. A.(2010). Avaliação da qualidade do Posicionamento por Ponto Preciso na sua forma on-line. In: III SIMGEO, 2010. Recife. Anais III SIMGEO, 2010.
- BIRARDI, G., SANTARSIERO, D., TUFILLARO, D., SURACE, L. (1995) Setting-up local "mapping geoids" with the aid of GPS/LEV Traverses Application to the geoids of Sardinia and Calabria. Journal of Geodesy. Springer-Verlag. Berlin. v 70. n 1-2.
- FIELDER, J. (1992) Orthometric heights from Global Positioning System. Journal of Surveying Engineering. New York. v 118. n 3.
- GEMAEL, C, (1988) Introdução à Geodésia Geométrica (2a Parte). Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Departamento de Geociências. Setor de Tecnologia. Universidade Federal do Paraná UFPR. Curitiba.
- GEMAEL, C.(1999). Introdução a Geodésia Física. Editora da Universidade Federal do Paraná UFPR. Curitiba.
- GEMAEL, C., ANDRADE, J. B. de (2004). Geodésia Celeste. Editora UFPR. Curitiba PR.
- MERRY, C. L; HEISTER, H; BARRY, M; ELLERY, W. N; McCARTHY, T. S; RÜTHER, H; STERNBERG, H. (1998) GPS Heighting in Okavango Delta. Journal of Surveying Engineering. American Society of Civil Engineers. v 124, n 4.
- PARKS, W. (1999) Accuracy of GPS-derived Orthometric Height in San Diego County, California. Surveying and Land Information System. American Society of Civil Engineers. v 59, n 4.
- SÁ, N. C. de (1993). 3o Congresso Internacional da Sociedade Brasileira de Geofísica. Um geóide para aplicações do GPS em Geociências. Instituto Astronomico e Geofísico. Universidade de São Paulo - IAG/USP. São Paulo.
- VERONEZ, M. R; LENDRO, R. F; ERBA, D. A; SEGANTINE, P. C. L; THUM, A. B. (2002) Ajuste Automático de um Modelo Matemático para Determinação de Ondulações Geoidais no Campus da Universidade do Vale do Rio dos Sinos – Unisinos/RS. Agrimensura & Cartografia a Mira. n 107.
- YANALAK, M; BAYKAL, O. (2002) Transformation of Ellipsoid Heights to Local Leveling Heights. Journal of Surveying Engineering. American Society of Civil Engineers. v 127, n 3.
- ZHAN-JI, Y; YONG-QI, C. (1999). Determination of Local Geoid with Geometric Method: Case Study. Journal of Surveying Engineering. American Society of Civil Engineers. v 125, n 3.