

ANÁLISE GEODÉSICA DE DEFORMAÇÃO COM BASE EM TESTE DE CONGRUÊNCIA GLOBAL

JOÃO NAVES DE MORAES¹
JOÃO CARLOS CHAVES²
EMERSON PEREIRA CAVALHERI¹

Universidade Estadual Paulista - UNESP
Faculdade de Ciências e Tecnologia - FCT
¹Graduação em Eng. Cartográfica, Presidente Prudente - SP
²Departamento de Cartografia, Presidente Prudente - SP
joasevan@gmail.com, jchaves@fct.unesp.br, ermimlp@hotmail.com

RESUMO - O termo estrutura geodésica designa uma malha de vértices, monumentados no terreno e conectados entre si por meio de observações. No contexto deste trabalho, em que tal estrutura objetiva o monitoramento de deformações, os deslocamentos de seus vértices, denominados de pontos de monitoramento ou pontos objetos podem ser diretamente correlacionados a deslocamentos do corpo em estudo. Por sua vez, o estado de deformação *strain* estimado a partir de tais deslocamentos, representa o estado de deformação deste corpo. Assim, a estrutura analisada, os esforços e as deformações constituem o chamado sistema dinâmico. O Teste Global, assunto deste texto, é o teste necessário na análise de deformação com o objetivo de investigar se a variação nas coordenadas do ponto, entre épocas distintas, é significativa. Neste teste os resultados são baseados em uma declaração estatística segura sobre a existência de movimentos significativos em qualquer ponto da rede observada, com um nível de significância de $(1 - \alpha)$.

Palavras chave: Análise de Deformação, Teste de Congruência Global, Restrições de datum, Ajustamento de Observações.

ABSTRACT - The geodetic network term means a point group built on the ground and connected by observations. In the context of this paper, this structure is to establish a monitoring network in all deformation studies. The determination of displacements of the object points relative (object network) to the reference (reference network) is the goal of the analysis. In turn, the state of deformation *strain*, estimated from such displacements, represents the state of deformation of the body (structure/network). Thus, in the structure analyzed, the efforts and the deformations are called dynamic system. The Congruency (Global) Test, the subject of this paper, is the test necessary to the deformation analysis in order to investigate if the variation in the coordinates of the point, between distinct periods is significant. In this test, the results are based on a reliable statistical declaration about the existence of significant movements at any point of the network observed, with a significance level of $(1 - \alpha)$.

Key words: Deformation Analysis, Congruency Global Test, Restrictions of datum, Adjustment of Observations.

1 INTRODUÇÃO

As redes geodésicas para fins de análise de deformação podem ser classificadas em dois tipos, as redes absolutas e relativas (CASPARY, 1987). Alguns pontos de referência localizados fora da parte deformável do corpo que está sendo monitorado definem uma rede absoluta. Eles podem ser usados para obter a quantidade de deslocamento absoluto, deformável de parte do corpo. Uma rede relativa pressupõe-se pontos localizados na superfície de contorno de um corpo deformável sem um

conjunto de restrições do *datum*. Não existem pontos de referência (HAKAN; DENIZ, 2003). Neste caso, conforme os autores, apenas os movimentos aparentes ou a distorção da configuração do corpo pode ser detectado. Na prática, porém, nem sempre é fácil distingui-las. Se uma força a um corpo tridimensional é aplicada, ou se as forças internas estão em vigor, o corpo irá deformar e a tensão será revelada.

Nas redes relativas e absolutas as restrições de *datum* podem ser encontradas. A restrição de *datum* deve ser entendida como qualquer tipo de diferença que não

seja deformação e nem dependente da definição entre as épocas envolvidas. O problema é decidir se os deslocamentos detectados são o resultado de movimentos reais. Eles também podem resultar de erros nas observações ou diferenças de *datum* de duas épocas (PELZER, 1985).

A discussão do problema de restrição de *datum* entre redes absolutas e relativas deve ser feita, já que este problema é diferente para cada caso. Na rede absoluta o *datum* é definido por pontos estáveis, mas deve ser testado se eles mudaram ou não entre as épocas. Em uma rede relativa o *datum* é mais difícil de definir uma vez que não é possível assumir qualquer estabilidade, isto é, todo o ponto pode mover-se em qualquer direção. Assim, não há configuração de pontos que podem ser utilizados como *datum* sem um ensaio prévio, conforme Caspary (1987) e Pelzer (1985). É ainda questionável se um *datum* é interessante em uma rede relativa como um todo. Em muitos casos, o resultado desejado não é relativo ao ponto de referência, *datum*, mas às diferenças entre duas observações o que não exige qualquer referência (se a unidade de comprimento não é considerada um *datum*.) (PELZER, 1985).

Assim, a definição dos pontos da rede de referência que podem ser considerados estatisticamente estáveis, entre quaisquer duas épocas, é fundamental para a posterior avaliação e análise dos deslocamentos dos pontos objeto (RIBEIRO, 2008). Neste sentido, este artigo tem como objetivo analisar de forma simplificada a estabilidade de uma rede para monitoramento geodésico por meio de medidas efetuadas a partir uma rede relativa de deformação. Neste caso, uma rede bidimensional. Um exemplo numérico é dado para avaliação da congruência entre as épocas analisadas. A seguir são feitas definições para a execução do mesmo.

2 ANÁLISE GEOMÉTRICA (GEODÉSICA) DE DEFORMAÇÃO

O Grupo de Trabalho 6.1 (Medição e análise de deformação) da Comissão 6 da Fédération Internationale des Géomètres (FIG) e a Sub-comissão 4.2 (Aplicações de Geodésia em Engenharia) da Comissão 4 da International Association of Geodesy (IAG) têm por objetivos difundir os conhecimentos sobre temas como monitoração e análise de deformação, bem como estimular cooperações internacionais nas soluções de problemas relacionados ao assunto, segundo Chrzanowski e Whitaker (2008).

Em 1978, uma Força Tarefa (Task Force – TF) foi constituída com a finalidade de solucionar os problemas relacionados com análise geométrica de deformação. Em 1992, uma nova TF foi estabelecida para tratar da terminologia e classificação dos modelos de deformação, finalizada em 2001, com a Publicação N°. 25 da FIG (<http://www.fig.net/pub/figpub/pub25/figpub25.htm>). Atualmente, cinco TFs tratam de temas específicos; dentre elas, a TF 6.1.6 (Análise de dados de deformação da crosta) e TF 6.1.7 (Mecânica do contínuo como suporte para monitorar deformação).

2.1 Modelos e terminologias

Para Talich (2008), a análise de deformação da superfície terrestre ou de uma estrutura artificial tem por objetivo determinar o mecanismo de deformação sob a ótica do objeto de estudo como um sistema mecânico que sofre deformações de acordo com as leis da Mecânica do Contínuo.

Welsch e Heunecke (2001) entendem “análise geodésica de deformação” como “análise geodésica de um processo dinâmico”. Num sistema dinâmico, as deformações podem ser modeladas somente em função de esforços atuantes, ou, destes e do tempo. No primeiro caso, tem-se um modelo estático, enquanto no outro um modelo dinâmico. Estes sistemas se utilizam de modelos causa-resposta. Os sistemas que não estão sujeitos aos esforços atuantes são denominados de autônomos, identificados por modelos descritivos, podendo ocorrer os seguintes tipos: modelo cinemático que descreve o movimento em função do tempo; e modelo de congruência descrevendo a geometria.

Os modelos descritivos, de congruência e cinemáticos, são aqueles em que o monitoramento e modelamento de um corpo deformável é feito com relação ao espaço e ao tempo. Deste modo, quando é examinada a identidade ou congruência das propriedades geométricas de um objeto em um número finito de pontos, em diferentes épocas de observações. Neste modelo, os intervalos de tempo, as observações e os fatores responsáveis pela deformação são considerados implícitos. Por outro lado, os modelos que descrevem a deformação utilizando-se uma determinada função temporal, p.ex., velocidade e aceleração, são designados de cinemáticos. Nestes, os intervalos de tempo e as observações são considerados explícitos no modelamento, ao passo que, as forças causativas são fatores implícitos, conforme Welsch e Heunecke (2001).

Ainda conforme estes autores, no Modelo de Congruência, praticamente, a análise da deformação clássica consiste em uma comparação puramente geométrica do estado de um objeto (representada por seus pontos característicos) em dois pontos diferentes do tempo. O modelo para a análise das observações não considera os intervalos de tempo entre as observações nem os fatores responsáveis pela deformação de forma explícita. Implícitamente, porém, são considerados alguns conhecimentos e informações sobre o comportamento presumível do objeto e as deformações no espaço e no tempo que o fluxo em um conjunto adequado em um seguimento do projeto pode assumir.

3 TESTE DE CONGRUÊNCIA

Conforme Niemeier (1985), cada hipótese linear pode e deve ser apresentada na forma:

$$H_0: Ax = l \quad (1)$$

onde: l é o vetor ($n \times 1$) das observações; A é a matriz Design ou Jacobiana (n), que corresponde às funções de base ou matriz de deformação e cujos elementos são funções da posição dos pontos de observação e do tempo; x é o vetor ($u \times 1$) das coordenadas dos pontos.

Com averiguação investiga-se se esta hipótese básica ou nula, H_0 , é adequada ao modelo de ajustamento ou não.

A expressão para o somatório do quadrado dos resíduos é dada por (NIEMEIER, 1985):

$$\Omega = v^T v = (l - A\hat{x})^T (l - A\hat{x}) \quad (2)$$

em que: v é o vetor ($n \times 1$) dos resíduos;

A equação 2 é válida para qualquer inversa da matriz normal $N = A^T A$, Ω é, portanto, independente do vetor solução \hat{x} e tem uma distribuição normal quadrática, podendo ser expressa como:

$$\frac{\Omega}{\sigma_o^2} = \frac{v^T v}{\sigma_o^2} \approx \chi_q^2 \quad (3)$$

na qual: χ_q^2 representa a distribuição χ^2 .

O quociente $\frac{\Omega}{\sigma_o^2}$ segue uma distribuição χ^2 central se o parâmetro de não centralização λ é igual a zero, isso apenas é válido se o modelo funcional, equação 3, estiver correto. Aydin (2011) afirma que em um caso real, a distribuição χ^2 central é considerada porque não se sabe se H_1 é realmente verdade. Portanto, Ω é comparado com o ponto superior da distribuição χ^2 de nível de significância α , $\chi_{1-\alpha,h}^2$: se $\Omega > \chi_{1-\alpha,h}^2$, a hipótese nula H_0 é rejeitada com o nível de significância α . Portanto, a alternativa é aceita.

De forma geral, a condição estatística para considerar as observações de k épocas como congruentes é que as coordenadas dos pontos sejam iguais em todas as épocas, ou seja, é válida a seguinte hipótese nula (NIEMEIER, 1985):

$$H_0: E\{\hat{x}_1\} = E\{\hat{x}_2\} = \dots = E\{\hat{x}_k\} \quad (4)$$

k é o índice que denota cada uma das épocas em que foram coletadas as observações.

Neste sentido, o Teste de Congruência ou Teste Global é um procedimento de teste de se verificar se a rede toda ou a alguma parte é deformada entre dois períodos de tempo ou não (AYDIN, 2011).

A hipótese nula como descrita acima sugere a definição de um vetor deslocamento, entre duas épocas, dado por:

$$d = \hat{x}_2 - \hat{x}_1, \quad (5)$$

cujas matrizes dos cofatores pode ser expressa como:

$$Q_{dd}^+ = Q_{u1} + Q_{u2}, \quad (6)$$

na qual, + corresponde ao emprego da pseudo-inversa.

Cooper (1980) apresenta propriedades da pseudo-inversa que a tornam útil para lidar com problemas

de adaptação em matrizes nas quais há uma deficiência de posto, p.ex., matrizes dos coeficientes das equações de observação.

Assumindo-se que \hat{x}_1 e \hat{x}_2 são não correlacionadas, o teste estatístico para esta hipótese, segundo Niemeier, 1985 é dado pela sobretaxa da soma do quadrado dos resíduos dada por:

$$\Omega = d^T Q_{dd}^+ d \quad (7)$$

e a estatística do teste é dada por: $\Omega < \chi_{(\alpha, n-u)}$ onde n é o número de observações e u o número de parâmetros.

4 METODOLOGIA, RESULTADOS E ANÁLISES

Com os desvios-padrões das coordenadas da primeira época sendo $\hat{x}_i(t_1)$ e $\hat{y}_i(t_1)$ $\sigma_{0,1} = \pm 0,1mm$, assim como para a segunda época $\hat{x}_i(t_2)$ e $\hat{y}_i(t_2)$ $\sigma_{0,2} = \pm 0,1mm$. As matrizes de variância dos vetores de coordenadas são $Q_1 = \sigma_{0,1}^2 I$ e $Q_2 = \sigma_{0,2}^2 I$. O cálculo do valor médio σ_o para uma diferença de coordenadas $\Delta\hat{x} = \hat{x}(t_2) - \hat{x}(t_1)$ pela Propagação de Covariâncias: $\sigma_o^2 = \sigma_{0,1}^2 + \sigma_{0,2}^2 = 0,020mm^2$. A matriz variância da diferença de coordenadas é $Q_{dd}^+ = Q_1 + Q_2 = \sigma_o^2 I$, a partir desta ainda têm-se $\sigma = 0,14mm$.

Na Tabela 1, são dadas as discrepâncias entre as coordenadas estimadas $\hat{x}_i(t_1)$, $i = 1, \dots, 8$ da rede de deformação da primeira época de medição e $\hat{x}_i(t_2)$, $i = 1, \dots, 8$ as coordenadas da segunda época para um sistema bidimensional com as coordenadas dadas em milímetros para uma rede de 8 pontos.

Tabela 1 – Discrepâncias entre as coordenadas estimadas nas duas épocas.

Ponto	$\Delta\hat{x}$ (mm)	$\Delta\hat{y}$ (mm)
1	0,01701	-0,02272
2	0,01911	-0,02699
3	0,18519	-0,05593
4	0,17417	-0,04664
5	0,18084	-0,02398
6	0,19494	-0,03939
7	0,17568	-0,04858
8	0,18639	-0,04091

Aplicando-se os valores dados em Ω , anteriormente descrito, obtêm-se:

$$\Omega = \frac{1}{0,020mm^2} (d^T d) = \frac{0,21430283mm^2}{0,020mm^2} = 10,71$$

Para este exemplo são assumidos que os conjuntos de coordenadas são dados no mesmo datum. Como em uma rede relativa não é possível assumir qualquer estabilidade, este fato faz com que possamos assumir que todas as coordenadas são livres, conforme Caspary (1987) e Pelzer (1985). O resultado desejado é relativo às diferenças entre duas observações, neste caso o número

de graus de liberdade, $gl = 2n$, onde n é o número de pontos.

A quantidade Ω segue uma distribuição $\chi^2_{(0,05;16)}$. Se o valor limite para esta distribuição para um nível de significância de 5% é de 26,30, conforme Gemael (1994). Neste caso, de acordo com o teste não ocorreu deformação, $10,71 < 26,30$.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

O modelo (matemático) de deformação relaciona as observações com os parâmetros de deformação. Como as observações podem conter erros, os mesmos devem ser eliminados ou minimizados para evitar que sejam confundidos como deformação. Portanto, primeiramente, deve-se avaliar estes possíveis erros, utilizando-se dos métodos de ajustamento de observações para em seguida, estimar os parâmetros de deformação em função do princípio do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ).

Este texto, que refere-se à análise da deformação com o uso do Teste de Congruência pôde ser realizado simulando observáveis (coordenadas observadas ou derivadas, diferenças de coordenadas) adquiridas através de *softwares* científicos/equipamentos adequados.

O teste foi bem sucedido, isto é, a hipótese básica foi aceita, então, assume-se que as duas épocas são congruentes, ou seja, os pontos envolvidos permaneceram estáveis.

REFERÊNCIAS

AYDIN, C., On the Power of Global Test in Deformation Analysis, In: **Journal of Surveying Engineering**. D.O.I. 10.106/(ASCE)SU, 2011.

CASPARY, W. F. **Concepts of Network and Deformation Analysis**. 183 p. PhD Thesis School of Surveying, University of New South Wales, New South Wales, Australia, 1987.

CHRZANOWSKI, A.; WHITAKER, C. **Activity of the FIG Working Group 6.1 on deformation measurements, Progress Report 2006–2008**. In: 4th IAG Symposium on Geodesy for Geotechnical and Structural Engineering. LNEC, Lisboa. 12-15 may, 2008.: [s.n.], 2008.

COOPER, M. A. R. A singular braced quadrilateral. **Survey Review**, v. 198, n. XXV, p. 351–359, 1980.

HAKAN, D. H.; DENIZ, R. Global Congruency Test Methods for GPS Networks. **Journal of Surveying Engineering**, p. 95–98, 2003.

GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas**. Curitiba, PR: Editora UFPR, 1994. 319p.

NIEMEIER, W. Deformationsanalyse, Germain, In: **Geodatische Netze in Landes- und Vermessungswesen**, 13(c-15), pp. 559 – 623, 1985.

PELZER, H., Statische, Kinematische und Dynamische Punktfelder, Vortrage des Kontaktstudiums, Hannover, In: **Geodatische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II**, pp. 225 – 262, 1985.

RIBEIRO, F. C. **Proposta de metodologia para verificação da estabilidade dos pilares de redes para monitoramento geodésico de barragens – estudo de caso**. 185 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia dos Transportes) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Transportes, São Paulo, 2008.

TALICH, M. **Advantages of using the mechanics of continuum to geometrical analyse deformations obtained from geodetic survey**. In: FIG Working Week, 2008.

WELSCH, W. M.; HEUNECKE, O. **Models and terminology for the analysis of geodetic monitoring observations**. In: 10th FIG Internacional Symposium on Deformation Measurements. Orange, California, USA, 2001.